

Chapitre C-VI

Electronique et rétroaction, approche conceptuelle.

Joël SORNETTE met ce cours à votre disposition selon les termes de la licence Creative Commons :

- Pas d'utilisation commerciale.
- Pas de modification, pas de coupure, pas d'intégration à un autre travail.
- Pas de communication à autrui sans citer son nom, ni en suggérant son autorisation.

Retrouvez l'intégralité du cours sur le site joelsornette.fr

RÉSUMÉ :

La maîtrise de l'électronique passe obligatoirement par la pratique expérimentale et sans celle-ci, la lecture de ce chapitre est de peu d'intérêt.

On raisonne en terme d'opérateur et on liste les caractéristiques qui l'éloignent de l'idéal : résistance d'entrée, résistance de sortie, décalage, problèmes de masse, etc ; on s'appuie pour cela sur le modèle de l'amplificateur opérationnel.

On introduit le principe de la rétroaction, son intérêt et les améliorations qu'elle apporte. On montre comment analyser ou concevoir un montage électronique avec rétroaction. On fait le tour des montages les plus classiques.

On se penche sur les problèmes de stabilité et sur la conception d'oscillateurs à partir des instabilités.

On explore pour finir les principes de base de l'électronique logique.

Table des matières

C-VI Electronique et rétroaction, approche conceptuelle.	1
1 Le point de vue adopté.	5
2 De la notion de quadripôle à celle d'opérateur.	5
2.a Rappel sur les quadripôles.	5
2.b Notion de masse.	6
2.c Résistance ou impédance d'entrée.	6
2.d Résistance ou impédance de sortie.	7
2.e Dipôle commandé. Comportement unidirectionnel.	8
2.f Notion d'opérateur.	9
2.g Modèle de l'amplificateur opérationnel.	10
3 Rétroaction.	12
3.a Principe de la rétroaction.	12
3.b Analyse d'un circuit classique	14
3.c Amélioration des caractéristiques par la rétroaction.	14
3.d Conception d'un circuit.	18
3.e Les montages les plus classiques.	20
3.f La pratique expérimentale.	22
4 Problèmes de stabilité. Oscillateurs.	24
4.a Stabilité de l'amplificateur opérationnel.	24
4.b Exemple de montage oscillateur : le multivibrateur astable.	25
4.c Un autre exemple d'oscillateur utilisant la rétroaction.	27
5 Quelques aspects de l'électronique logique.	28

5.a	Portes logiques.	29
5.b	Conception d'un additionneur binaire.	30
5.c	Conception d'une mémoire binaire inscriptible.	30
5.d	Conception du déplacement d'informations binaires.	31
5.e	De l'électronique à l'informatique.	34

1 Le point de vue adopté.

Qu'on ne cherche pas dans ce chapitre l'étude expérimentale de telle ou telle sorte de transistor, bipolaire, à effet de champ ou autre, ni l'étude comparée des différents montages qui les utilisent, émetteur, base ou collecteur commun, ni non plus l'architecture interne de circuits électroniques intégrés. Tout cela sera présenté ici comme des « boîtes noires » caractérisées par un certain nombre de paramètres pertinents vis-à-vis de ce qui est en amont et en aval.

Bref, on cherche ici les concepts communs qui permettent la compréhension d'un montage électronique, indépendamment du matériel avec lequel il est réalisé.

2 De la notion de quadripôle à celle d'opérateur.

2.a Rappel sur les quadripôles.

Considérons, comme dans le chapitre C-V consacré à l'électrocinétique (on invite le lecteur à en relire les parties utiles à ce chapitre-ci), un réseau de résistances ou d'impédances, contenant des générateurs, scindé en trois sous-réseaux, celui « de gauche » réuni par deux branches à celui « du milieu » et celui-ci par deux autres branches à celui « de droite ». On peut remplacer¹ le réseau de gauche par un générateur de tension parfait de f.e.m. égale à la différence de potentiel entre les deux points de jonction, appelée tension d'entrée U_e et celui de droite par un générateur de f.e.m. égal à la tension de sortie U_s . Les courants des mailles passant par les points de jonction sont les courants d'entrée I_e et de sortie I_s . Le tout est schématisé dans la figure 1 p. 5 où le réseau du milieu est représenté par une « boîte noire ».

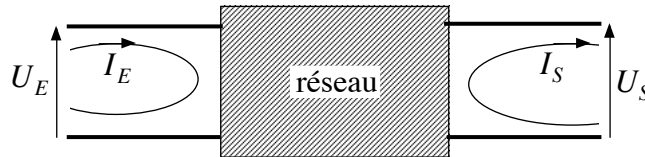


FIGURE 1 – Réseau.

Dans le cas où le réseau du milieu ne comporte pas de générateurs, on a vu² qu'existe alors une relation matricielle entre d'une part la tension et l'intensité d'entrée et d'autre part la tension et l'intensité de sortie de la forme : soit sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} U_s \\ I_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{11} & T_{12} \\ T_{12} & T_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_e \\ I_e \end{pmatrix}$$

1. Cela a été justifié dans le chapitre C-V.

2. Même remarque.

dont la matrice s'appelle *matrice de transfert*.

Remarque 1 : Bien évidemment, en régime sinusoïdal de pulsation ω , les coefficients de cette matrice font des fonctions de ω (en pratique de $j\omega$).

Remarque 2 : s'il y a des générateurs dans le quadripôle (on dit aussi quadripôle), le théorème de superposition permet de se convaincre qu'au lieu d'avoir une relation linéaire entre entrée et sortie, on a cette fois une relation affine, c'est-à-dire avec des constantes en plus, ce qui est tout à fait gérable.

2.b Notion de masse.

Les montages électroniques un peu complexes, sensibles aux parasites et en particulier aux radiations électromagnétiques, sont systématiquement entourés d'un boîtier métallique, normalement relié à la prise de terre et qui fait office de cage de FARADAY (voir chapitre C-II sur les conducteurs à l'équilibre électrostatique). Il est alors commode de réunir systématiquement un des deux fils de l'entrée et de la sortie (de chaque quadripôle ou « étage » s'il y en a plusieurs en cascade) au boîtier pris comme origine des potentiels ; ainsi on ne gère plus à l'entrée ou à la sortie de chaque étage une différence de potentiel, mais le potentiel (ou tension) de l'autre fil, la conception théorique en est facilitée ainsi que le câblage à la construction.

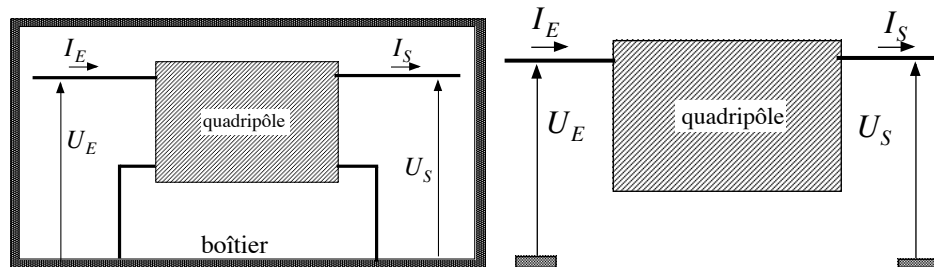


FIGURE 2 – Quadripôle.

La figure 2 p. 6 donne à gauche le schéma de principe et à droite la représentation pratique qu'on en donne dans les schémas.

2.c Résistance ou impédance d'entrée.

Le circuit en amont du quadripôle qui délivre le courant I_e sous la tension U_e peut être modélisé par un générateur de THÉVEVIN (générateur de tension parfait de tension électromotrice E avec une résistance R_g en série) ou de NORTON (générateur de courant parfait de courant caractéristique η avec une résistance R_g en parallèle). Celui-ci « voit » le quadripôle a priori comme un autre générateur mais la plupart du temps comme une résistance (ou une impédance) appelée résistance d'entrée, notée R_e . On a tacitement

admis que tous les composants du quadripôle sont linéaires. On verra plus loin quelques contre-exemples.

Si on utilise pour le générateur le modèle de THÉVENIN, c'est que l'on estime que U_e est égal à E , sinon rigoureusement au moins en bonne approximation. U_e est alors la *grandeur d'entrée* pour le quadripôle, en ayant à l'idée qu'on puisse, au gré des expériences, changer la valeur de E .

Dans les faits, on a classiquement³ :

$$U_e = E \frac{R_e}{R_e + R_g}$$

qui n'est proche de E que si $R_e \gg R_g$. Un quadripôle dont la grandeur d'entrée est une tension devra donc avoir une résistance d'entrée grande devant les résistances des générateurs qu'on envisage de lui brancher à l'entrée. L'idéal est une résistance d'entrée infinie qui conduit à une intensité d'entrée I_e nulle (et une puissance consommée nulle en entrée) ; inutile de dire que cet idéal n'est jamais rigoureusement atteint.

Si on utilise pour le générateur le modèle de NORTON, c'est que l'on estime que I_e est égal à η , sinon rigoureusement au moins en bonne approximation. I_e est alors la grandeur d'entrée pour le quadripôle, en ayant à l'idée qu'on puisse, au gré des expériences, changer la valeur de η .

Dans les faits, on a classiquement⁴ :

$$I_e = \eta \frac{R_g}{R_e + R_g}$$

qui n'est proche de E que si $R_e \ll R_g$. Un quadripôle dont la grandeur d'entrée est une intensité devra donc avoir une résistance d'entrée petite devant les résistances des générateurs qu'on envisage de lui brancher à l'entrée. L'idéal (jamais rigoureusement atteint) est une résistance d'entrée nulle qui conduit à une tension d'entrée U_e nulle (et là encore une puissance consommée nulle en entrée).

2.d Résistance ou impédance de sortie.

Le circuit en aval du quadripôle qui reçoit le courant I_s sous la tension U_s peut être modélisé par un générateur de THÉVENIN ou de NORTON mais la plupart du temps comme une résistance (ou une impédance) appelée résistance d'utilisation notée R_u . Celle-ci « voit » le quadripôle a priori comme un autre générateur de THÉVENIN (de tension électromotrice notée E_s dans ce paragraphe) ou de NORTON (de courant caractéristique noté η_s dans ce paragraphe) et de résistance R_s appelée résistance de sortie.

3. Lecteur ! Ne proteste pas si je ne le démontre pas ; tu sais le faire.

4. Même remarque

Si on utilise pour le générateur le modèle de THÉVENIN, c'est que l'on estime que U_s est égal à E , sinon rigoureusement au moins en bonne approximation. U_s est alors la *grandeur de sortie* pour le quadripôle, en ayant à l'idée qu'on puisse, au gré des expériences, changer la valeur de R_u .

Dans les faits, on a classiquement :

$$U_s = E_s \frac{R_u}{R_s + R_u}$$

qui n'est proche de E_s que si $R_s \ll R_u$. Un quadripôle dont la grandeur de sortie est une tension devra donc avoir une résistance de sortie petite devant les résistances d'utilisation qu'on envisage de lui brancher en sortie. L'idéal est une résistance de sortie nulle qui conduit à une tension de sortie U_s indépendante du circuit d'utilisation.

Si on utilise pour le générateur le modèle de NORTON, c'est que l'on estime que I_s est égal à η_s , sinon rigoureusement au moins en bonne approximation. I_s est alors la grandeur de sortie pour le quadripôle, en ayant à l'idée qu'on puisse, au gré des expériences, changer la valeur de R_u .

Dans les faits, on a classiquement :

$$I_s = \eta \frac{R_s}{R_s + R_u}$$

qui n'est proche de η_s que si $R_s \gg R_u$. Un quadripôle dont la grandeur de sortie est une intensité devra donc avoir une résistance de sortie grande devant les résistances d'utilisation qu'on envisage de lui brancher en sortie. L'idéal est une résistance de sortie infinie qui conduit à une intensité de sortie I_s indépendante du circuit d'utilisation.

2.e Dipôle commandé. Comportement unidirectionnel.

La figure 3 p. 8 donne le schéma classique d'un transistor⁵ ; c'est un composant à trois « pattes » dont l'une est branchée à la masse de sorte qu'on puisse le considérer comme un quadripôle.

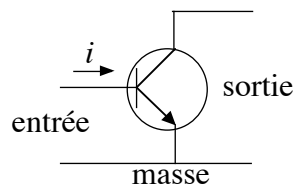


FIGURE 3 – Transistor.

5. C'est volontairement que je n'explique pas vraiment ce que c'est.

Si par la « patte » appelée base, on fait circuler, grâce à un générateur en entrée, un courant i , le transistor se comporte vis-à-vis de la sortie comme un générateur de NORTON dont le courant caractéristique η est en gros proportionnel à i (on note généralement $\eta = \beta i$) et en ordre de grandeur cent fois i (ce qui en fait un amplificateur de courant).

Ce type de dipôle qui se comporte, vis-à-vis du circuit d'utilisation, comme un générateur dont la caractéristique (tension électromotrice ou courant caractéristique selon les cas) s'appelle un *dipôle commandé*.

Remarque : comme une amplification nécessite un apport d'énergie, le transistor de la figure nécessite une alimentation fournie en pratique par un générateur annexe de tension continue ; il n'est pas d'usage de la représenter sur les schémas pour que celui-ci se concentre sur la finalité du montage. Dans la pratique aussi, c'est le même générateur qui fournit l'énergie des différents étages d'un montage complexe.

Si l'on fait circuler, grâce à un générateur en sortie, un courant I entre les « pattes » extrêmes, une approche purement matricielle prédirait un courant $i = \frac{I}{\beta}$ dans la base. Il n'en est rien ; en général, le transistor est détruit sinon (I pas trop grand et pendant pas trop de temps) on n'observe aucun courant i . On dit que l'on a affaire à un comportement unidirectionnel : ce qui se passe en entrée influe sur la sortie mais ce qui se passe en sortie n'influe pas sur l'entrée.

2.f Notion d'opérateur.

Un opérateur est un quadripôle vu en sortie comme un générateur unidirectionnel commandé par une grandeur d'entrée. Sans qu'il soit besoin de savoir par quelle technologie il a été fabriqué, on peut le modéliser par un schéma simple. La figure 4 p. 10 se place dans le cas d'un générateur de tension commandé par une tension. Ces caractéristiques sont la résistance d'entrée (très grande dans ce cas, cf supra), la résistance de sortie (très petite dans ce cas, cf supra) et la fonction f (fonction de la tension d'entrée) qui donne la tension électromotrice du générateur⁶. Il est d'usage d'enfermer le tout dans un rectangle⁷. Dans les cas les plus courants, en notations d'amplitudes complexes la fonction f est linéaire de la forme $f(U_e) = G(j\omega)U_e$ (ou affine : $f(U_e) = G(j\omega)U_e + f_0(j\omega)$).

Si la grandeur de commande est I_e , R_e sera très petit et f sera fonction de I_e ; si le générateur en sortie est un générateur de courant, f sera le courant caractéristique et R_s sera très grand et en parallèle.

Remarque 1 : En pratique, il existe toujours de phénomènes de saturation dus à l'alimentation en énergie et si la fonction f donne un résultat supérieur à un maximum f_{max} ou inférieur à un minimum f_{min} , elle est remplacée respectivement par f_{max} ou f_{min} .

Remarque 2 : On utilise fréquemment des opérateurs à deux entrées et la fonction f

6. Les conventions de dessin de générateurs changent tous les dix ans ; j'ai choisi un rond neutre pour que ce cours puisse être lu cent ans au moins.

7. rose Barbie, car je rédige ces lignes à l'approche de Noël.

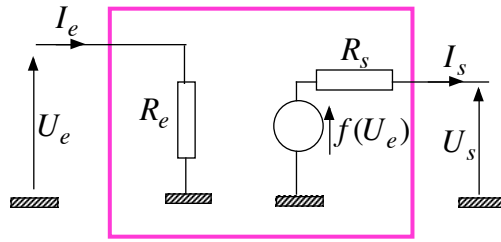


FIGURE 4 – Opérateur.

est alors fonction de deux grandeurs d'entrée.

2.g Modèle de l'amplificateur opérationnel.

C'est un opérateur d'un usage très courant, à deux entrées, traditionnellement appelées l'une « non-inverseuse » et notée « + », l'autre « inverseuse » et notée « - ». Son schéma de principe est presque celui de la figure 4 p. 10, la seule différence est que la résistance d'entrée R_e , au lieu d'être branchée entre l'entrée unique et la masse est branchée entre les deux entrées ce qui donne la figure 5 p. 10 où l'on note $v = V_+ - V_-$.

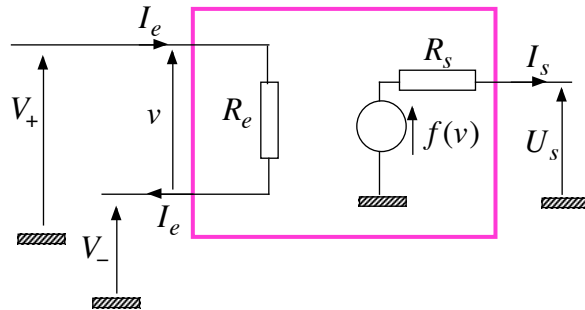


FIGURE 5 – Amplificateur opérationnel.

Typiquement ⁸, la résistance d'entrée R_e est de l'ordre du mégohm, la résistance de sortie R_s de l'ordre de la centaine d'ohms, en usage normal la fonction $f(v) = f(V_+ - V_-)$ est en amplitude complexe telle que :

$$f(v) = \frac{\mu(v + v_0)}{1 + j\omega\tau} \quad \text{soit} \quad (1 + j\omega\tau) f(v) = \mu(v + v_0)$$

qui est la traduction de l'équation différentielle

$$\tau \frac{df}{dt} + f = \mu(v + v_0)$$

8. La technique évolue très vite, les valeurs qui suivent sont sujettes à évolution.

Typiquement l'on a τ de l'ordre du dixième de seconde⁹, μ de l'ordre de 10^5 , v_0 (appelé « décalage en tension ramené à l'entrée ») sujet à une forte dispersion mais ne dépassant guère quelques millivolts. Remarquons que le véritable décalage est le décalage en sortie $f(0) = \mu v_0$; il peut atteindre théoriquement une centaine de volts mais ce n'est jamais observé à cause des phénomènes de saturation exposés ci-après et aussi parce que la rétroaction (voir plus loin) améliore ce défaut.

La formule donnant ci-dessus l'expression de $f(v)$ n'est valable qu'à plusieurs conditions restrictives :

- si la formule prévoit que $|f(v)|$ dépasse une valeur maximale appelée *tension de saturation* notée V_{sat} (environ 15 volts), $f(v)$ est remplacée par $\pm V_{sat}$ avec le signe de $f(v)$
- si la formule et le circuit d'utilisation prévoient un courant de sortie I_s dont la valeur absolue dépasse une valeur maximale I_{sat} (de l'ordre de 5 milliampères) au delà de laquelle la survie de l'amplificateur est menacée, un dispositif de sécurité intégré remplace $f(v)$ par la valeur qui donne à I_s la valeur $\pm I_{sat}$ du signe initialement prévu.
- si la formule prévoit que la tension de sortie varie trop vite, c'est à dire que $|\frac{dU_s}{dt}|$ dépasse, en valeur absolue, un certain maximum $\frac{dU_s}{dt}|_{max}$ (de l'ordre d'un volt par microseconde ou d'un mégavolt par seconde) appelé *slew-rate* en New French, $f(v)$ est remplacé par la valeur qui donne à $\frac{dU_s}{dt}$ la valeur $\pm \frac{dU_s}{dt}|_{max}$ du signe initialement prévu. Cela est dû à la présence de condensateurs dans le circuit intégré.

Un montage bien conçu se doit d'éviter ces écueils, on y reviendra.

Remarque 1 : Le terme $\mu v = \mu(V_+ - V_-)$ de $f(v)$ est en fait, de par la technologie interne de l'amplificateur opérationnel, une combinaison linéaire $\mu_+ V_+ - \mu_- V_-$ où l'on s'arrange pour avoir $\mu_+ \approx \mu_-$ mais on n'a jamais rigoureusement $\mu_+ = \mu_-$. En notant $\Delta V = V_+ - V_-$ (la différence) et $V_m = \frac{V_+ + V_-}{2}$ (la valeur moyenne), on a $V_+ = V_m + \frac{1}{2} \Delta V$ et $V_- = V_m - \frac{1}{2} \Delta V$, d'où :

$$\begin{aligned} \mu_+ V_+ - \mu_- V_- &= \mu_+ (V_m + \frac{1}{2} \Delta V) - \mu_- (V_m - \frac{1}{2} \Delta V) = \dots \\ &\dots = \frac{\mu_+ + \mu_-}{2} \Delta V + (\mu_+ - \mu_-) V_m = \mu_m \Delta V + \Delta \mu V_m \end{aligned}$$

en notant $\mu_m = \frac{\mu_+ + \mu_-}{2}$ et $\Delta \mu = \mu_+ - \mu_-$.

$\mu_m \Delta V$ est le terme attendu et $\Delta \mu V_m$ un terme parasite d'autant petit que $\frac{\Delta \mu}{\mu_m}$, grandeur répondant au nom pompeux de *taux de rejection de mode commun*, est petit. On arrive à le rendre ridiculement petit et l'on n'en parlera plus.

Remarque 2 : La technologie actuelle est telle que l'entrée n'est pas rigoureusement résistive. Entre la masse et chacune des deux entrées, on a un générateur de courant dont

9. Nous verrons plus loin que cela conduit à de faibles pulsations de coupure; c'est volontaire : c'est pour éviter, lors d'une rétroaction (voir plus loin), une oscillation parasite analogue à l'effet Larsen. Nous verrons aussi plus loin que la rétroaction améliore par ailleurs la pulsation de coupure.

le courant caractéristique, appelé *courant de polarisation*, est de l'ordre de 0,5 microampère ; leur différence n'est pas forcément nulle, sujette à dispersion mais ne dépasse pas, en valeur absolue, 0,1 microampère. Sauf dans le cas d'un montage intégrateur où ces courants induisent un effet pervers, il est inutile d'en tenir compte.

3 Rétroaction.

Dès qu'un montage comporte des composants électroniques, ses caractéristiques présentent une importante dispersion parmi des composants sortis de la même chaîne de fabrication et par ailleurs elles dépendent aussi fortement de la température de fonctionnement dépendant elle-même de la température ambiante et de la puissance délivrée. La rétroaction vise à s'affranchir de ce défaut.

3.a Principe de la rétroaction.

Un montage en rétroaction est formé de quatre éléments :

- une « chaîne directe » qui est un opérateur unidirectionnel qui multiplie la grandeur d'entrée notée ε par μ (plutôt $\mu(j\omega)$ en fait) avec $|\mu| \gg 1$. Il comporte des composants électroniques et est sujet aux dispersions évoquées plus haut ; la valeur de μ est donc peu précise et sujette à caution. On note s la grandeur de sortie et l'on a $s = \mu\varepsilon$.
- un dispositif de « prélèvement » qui envoie la grandeur de sortie s d'une part vers un circuit d'utilisation, d'autre part vers la chaîne de retour décrite ci-après. En pratique, ce n'est qu'une histoire de connexion en parallèle si s est une tension, en série si s est une intensité.
- une « chaîne de retour » qui est un opérateur passif (c'est-à-dire sans électronique avec uniquement des résistances, des condensateurs, plus rarement des inductances) ; il multiplie sa grandeur d'entrée s (cf supra) par β (plutôt $\beta(j\omega)$ en fait). La valeur de β n'est pas sujette aux dispersions évoquées ci-dessus, elle est donc précise et fiable. La nature passive de cet opérateur fait que $|\beta| < 1$ mais on veille à ce que $|\mu\beta| \gg 1$. On note e' la grandeur de sortie de la chaîne de retour ; on a donc $e' = \beta s$
- un dispositif « soustracteur » qui réalise la différence entre la grandeur e qu'on va injecter dans ce montage à quatre éléments et la grandeur de sortie e' de la chaîne de retour pour l'injecter à l'entrée de la chaîne directe ; cette différence est donc ce que l'on a noté ε plus haut de sorte que $\varepsilon = e - e'$. En pratique, ce n'est qu'une histoire de connexion : deux éléments en série ont leurs différences de potentiel qui s'ajoutent (il sera aisé de réaliser avec un peu d'astuce une différence de tensions, quoique... on y reviendra) et la loi des noeuds permettra avec un peu d'astuce de réaliser une différence d'intensités.

La figure 6 p. 13 en illustre le principe.

La sortie s du montage global, en fonction de son entrée e , se calcule ainsi :

$$s = \mu\varepsilon = \mu(e - e') = \mu(e - \beta s)$$

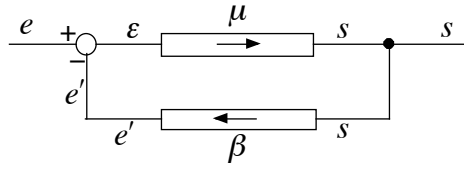


FIGURE 6 – Rétroaction.

d'où l'on tire :

$$s = \frac{\mu}{1 + \mu\beta} e$$

et puisque $|\mu\beta| \gg 1$

$$s \approx \frac{\mu}{\mu\beta} e = \frac{1}{\beta} e$$

La valeur de μ , sujette à caution n'intervient plus dans le résultat qui ne dépend plus que des caractéristiques, fiables, de la chaîne de retour, inversées. Si la chaîne de retour est un pont diviseur qui divise par 10, le montage à rétroaction multiplie par 10 ; si la chaîne de retour dérive (multiplication par $j\omega$), le montage à rétroaction intègre (division par $j\omega$). La conception de la chaîne de retour est donc aisée à concevoir ; quant à la chaîne directe, peu importe pourvu qu'elle ait un gain très important.

Remarque 1 : de $s = \frac{\mu}{1+\mu\beta} e$ (par exemple) on en déduit l'expression de ε :

$$\varepsilon = e - e' = e - \beta s = e - \frac{\mu\beta}{1 + \mu\beta} e = \frac{1}{1 + \mu\beta} e \approx \frac{1}{\mu\beta} e \ll e$$

En pratique on peut affirmer que ε est quasiment nul.

Remarque 2 : si le soustracteur est remplacé par un additionneur, on arrive à :

$$s = \frac{\mu}{1 - \mu\beta} e \approx -\frac{1}{\beta} e$$

ce qui ne change pas fondamentalement les choses. On arrive à une remarque similaire si l'on permute les deux termes de la soustraction.

Remarque 3 : on dit parfois contre-réaction au lieu de rétroaction, voire même feed-back en New French.

Remarque 4 : le principe de la rétroaction ne fait nulle part référence aux lois de l'électrocinétique et elle s'applique à de nombreux domaines. Par exemple, la concentration en hormones thyroïdiennes dans le sang relève de la rétroaction ; la chaîne directe est la thyroïde, la chaîne de retour est l'hypophyse qui produit plus ou moins de TSH selon que la concentration est faible ou élevée et cette TSH stimule¹⁰ la thyroïde. Pour plus de détails, consulter un endocrinologue.

10. Il est dans ce cas artificiel de faire apparaître l'élément soustracteur qui serait plutôt ici un additionneur.

3.b Analyse d'un circuit classique

Considérons la figure 7 p. 14 où l'amplificateur opérationnel est représenté par un rectangle¹¹ où ont été gravées les lettres AO

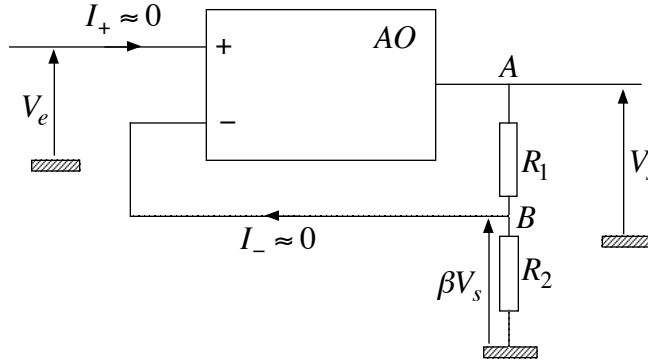


FIGURE 7 – Montage amplificateur.

L'amplificateur opérationnel, de par sa nature, réalise à la fois la fonction de soustracteur et de chaîne directe car V_s est fonction de la différence de potentiels $V_+ - V_-$ entre les deux entrées ; le nœud en A met en parallèle (même différence de potentiel) le circuit d'utilisation non représenté et le pont diviseur formé des résistances R_1 et R_2 en série entre sortie et masse et réalise donc la fonction de prélèvement tandis que le pont diviseur est la chaîne de retour car la tension en B n'est autre que celle de la seconde entrée de l'amplificateur dans son rôle de soustracteur.

La résistance entre les deux bornes d'entrée de l'amplificateur est énorme donc les courants qui y entrent ou en sortent sont négligeables ; en particulier le pont diviseur ne débite quasiment pas de courant, ce qui permet d'affirmer que $V_B = \frac{R_2}{R_1+R_2} V_A$ soit $e' = \beta s$ en reprenant les notations du schéma de principe ($V_A = V_s$, c'est s et $V_B = V_-$ c'est e') et en notant $\beta = \frac{R_2}{R_1+R_2}$. On peut donc affirmer *sans calcul* que :

$$V_s = \frac{1}{\beta} V_e$$

Le dispositif est donc un amplificateur de gain $\frac{1}{\beta} = \frac{R_1+R_2}{R_2}$.

3.c Amélioration des caractéristiques par la rétroaction.

La figure 8 p. 15 ajoute à la précédente le modèle classique de l'amplificateur opérationnel (à l'intérieur du cadre rose) en détaillant ainsi à l'intérieur du cadre bleu le montage global avec rétroaction et ajoute aussi en dehors du cadre bleu le circuit d'alimentation

11. Là encore les normes changent régulièrement, cf note 6 p. 9.

(modèle de THEVENIN) et le circuit (supposé passif) d'utilisation. La figure détaille les notations utilisées.

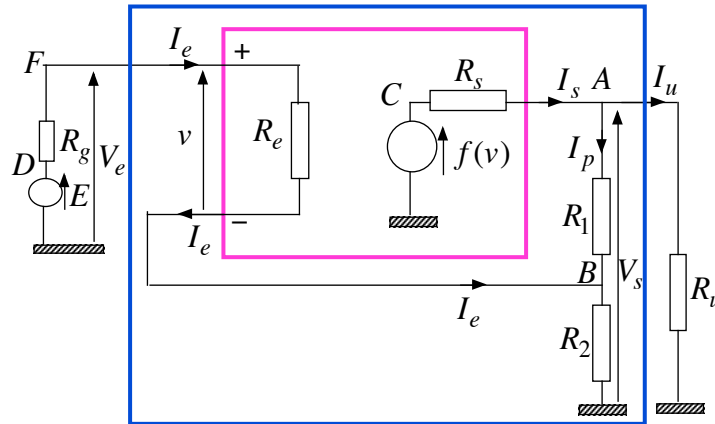


FIGURE 8 – Montage amplificateur (suite).

On se propose ici de montrer que la rétroaction, en plus de sa qualité première concernant la dispersion des caractéristiques, améliore les défauts de l'amplificateur opérationnel, à savoir :

- une résistance d'entrée R_e grande mais non infinie,
- une résistance de sortie R_s petite mais non nulle,
- un décalage en sortie μv_0 non nul,
- un comportement passe bas de fréquence de coupure $\omega_C = \frac{1}{\tau}$ (simple conséquence de $f(v) = \frac{\mu(v+v_0)}{1+j\omega\tau}$, on détaillera plus loin)

Par amélioration, il faut comprendre que la résistance d'entrée du montage global (cadre bleu) est bien meilleure que celle de l'amplificateur opérationnel (cadre rose) et de même pour les autres défauts.

On a besoin pour tout cela que des expressions de V_e et V_s ce qui permet une résolution en ne s'intéressant qu'aux potentiels grâce au théorème de MILLMANN (voir le chapitre C-V sur l'électrocinétique). Il y a cinq noeuds : A au potentiel inconnu V_s , B au potentiel inconnu V_- , C au potentiel donné par l'expression de $f(v)$ (où $v = V_+ - V_-$), D au potentiel connu : c'est la tension électromotrice E du générateur et F au potentiel inconnu V_e qui est aussi V_+ . Avec l'origine des potentiels à la masse, le théorème de MILLMANN en A , B puis F et l'expression de $f(v)$ conduisent au système :

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{R_s} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_u} \right) V_s = \frac{1}{R_s} V_C + \frac{1}{R_1} V_B + \frac{1}{R_u} \cdot 0 = \frac{1}{R_s} V_C + \frac{1}{R_1} V_B \\ \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_e} \right) V_B = \frac{1}{R_1} V_s + \frac{1}{R_2} \cdot 0 + \frac{1}{R_e} V_e = \frac{1}{R_1} V_s + \frac{1}{R_e} V_e \\ \left(\frac{1}{R_g} + \frac{1}{R_e} \right) V_e = \frac{1}{R_g} E + \frac{1}{R_e} V_B \\ V_C = \frac{\mu(V_e - V_B + v_0)}{1 + j\omega\tau} \end{cases}$$

On peut très bien résoudre ce système d'équations linéaires (plutôt affine à cause du terme v_0) mais c'est lourd et surtout le résultat est peu lisible. Comme on s'attend à quatre défauts, initialement faibles et améliorés, on pense à la philosophie des développements limités : à l'ordre 1, les défauts s'ajoutent et plutôt que les traiter en bloc, on les traite un par un¹².

• **Amélioration de la résistance d'entrée**

On ne conserve que R_e et l'on supprime les autres défauts soit $R_s = 0$ (là où R_s est au dénominateur, on multiplie d'abord par R_s qu'on annule ensuite), $v_0 = 0$ et pas de $j\omega\tau$, le système devient :

$$\begin{cases} V_s = V_C \\ \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_e}\right) V_B = \frac{1}{R_1} V_s + \frac{1}{R_e} V_e \\ \left(\frac{1}{R_g} + \frac{1}{R_e}\right) V_e = \frac{1}{R_g} E + \frac{1}{R_e} V_B \\ V_C = \mu (V_e - V_B) \end{cases}$$

On allège la seconde équation en tenant compte que dans la pratique expérimentale, on choisit R_1 et R_2 petits (de l'ordre du kilo-ohm) devant R_e (de l'ordre du méga-ohm) pour que le pont diviseur fonctionne dans de bonnes conditions (il doit peu débiter de courant, soit sur la figure $\frac{E}{R_E} \ll I_P$), le système d'allège ainsi, en reprenant la notation $\beta = \frac{R_2}{R_1 + R_2}$:

$$\begin{cases} V_s = V_C \\ V_B = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_s = \beta V_s \\ \left(\frac{1}{R_g} + \frac{1}{R_e}\right) V_e = \frac{1}{R_g} E + \frac{1}{R_e} V_B \\ V_C = \mu (V_e - V_B) \end{cases}$$

d'où l'on tire, après quelques calculs de routine et pour ce qui nous intéresse :

$$V_e = \frac{(1 + \beta\mu) R_e}{R_g + (1 + \beta\mu) R_e} E \approx \frac{\beta\mu R_e}{R_g + \beta\mu R_e} E$$

Or, quand un générateur de tension électromotrice E et de résistance R_g débite dans un système vu comme une résistance d'entrée R_e^* , on a $V_e = \frac{R_e^*}{R_g + R_e^*} E$, d'où par identification $R_e^* = \beta\mu R_e$; la résistance d'entrée a été multipliée par $\beta\mu$. Comme en pratique le gain $\frac{1}{\beta}$ du montage ne dépasse pas 100 le facteur d'amélioration est au moins de 10^3 avec μ de l'ordre de 10^5 .

12. On pense à *Horace* de Corneille :
Que vouliez-vous qu'il fît contre trois ?
Qu'il mourût !

- **Amélioration de la résistance de sortie**

On ne conserve que R_s et l'on supprime les autres défauts soit $R_e = \infty$, $v_0 = 0$ et pas de $j\omega\tau$, le système devient :

$$\begin{cases} \left(\frac{1}{R_s} + \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_u}\right) V_s = \frac{1}{R_s} V_C + \frac{1}{R_1} V_B \\ V_B = \frac{R_2}{R_1 + R_2} V_s = \beta V_s \\ V_e = E \\ V_C = \mu(V_e - V_B) \end{cases}$$

d'où l'on tire, après quelques calculs de routine (on y remplace $\frac{\beta}{R_1}$ par l'expression équivalente $\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$) et pour ce qui nous intéresse :

$$V_s = \frac{\frac{\mu E}{R_s}}{\frac{1 + \beta\mu}{R_s} - \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_u}}$$

Or, quand un générateur de tension électromotrice E^* et de résistance R_s^* débite dans un circuit d'utilisation de résistance d'entrée R_u , on a :

$$V_s = \frac{R_u}{R_s^* + R_u} E^* = \frac{\frac{E^*}{R_s^*}}{\frac{1}{R_s^*} + \frac{1}{R_u}}$$

d'où par identification

$$\frac{1}{R_s^*} = \frac{1 + \beta\mu}{R_s} - \frac{1}{R_2} \approx \frac{\beta\mu}{R_s}$$

et la résistance de sortie a été divisée par $\beta\mu$ (au moins par 10^3 , cf supra).

- **Amélioration du décalage en sortie.**

On ne conserve que v_0 et l'on supprime les autres défauts soit $R_s = 0$ (voir remarque plus haut), $R_e = \infty$ et pas de $j\omega\tau$, le système devient :

$$\begin{cases} V_s = V_C \\ V_B = \beta V_s \\ V_e = E \\ V_C = \mu(V_e - V_B + v_0) \end{cases}$$

d'où l'on tire aisément :

$$V_s = \frac{\mu(E + v_0)}{1 + \mu\beta} \approx \frac{\mu(E + v_0)}{\mu\beta} = \frac{E + v_0}{\beta}$$

Le décalage en sortie de l'amplificateur opérationnel est μv_0 (cf supra), celui de montage est $\frac{v_0}{\beta}$, il est donc divisé par $\mu\beta$

- **Amélioration de la fréquence de coupure.**

On ne conserve que le terme en $j\omega\tau$ et l'on supprime les autres défauts soit $R_s = 0$ (voir remarque plus haut), $R_e = \infty$ et $v_0 = 0$, le système devient :

$$\begin{cases} V_s = V_C \\ V_B = \beta V_s \\ V_e = E \\ V_C = \frac{\mu(V_e - V_B)}{1 + j\omega\tau} \end{cases}$$

d'où l'on tire aisément :

$$V_s = \frac{\mu E}{1 + \mu\beta + j\omega\tau} \approx \frac{\mu E}{\mu\beta + j\omega\tau} = \frac{\frac{E}{\beta}}{1 + j\omega \frac{\tau}{\mu\beta}}$$

La pulsation de coupure¹³ de l'amplificateur opérationnel est $\frac{1}{\tau}$ (elle est très basse, cf supra), celle du montage est $\frac{\mu\beta}{\tau}$ et on retrouve une dernière fois l'amélioration par la facteur $\mu\beta$.

- **Conclusion pratique.**

Avec $\mu \sim 10^5$, $R_e \sim 10^6 \Omega$, $R_s \sim 10^2 \Omega$, $\mu v_0 \sim 10^2 \text{ V}$ et $\frac{1}{\tau} \sim 10 \text{ s}^{-1}$ et en choisissant un gain $\frac{1}{\beta} = 10^2$ à titre d'exemple, on a $\mu\beta \sim 10^3$, les caractéristiques du montage sont une résistance d'entrée de l'ordre de $10^9 \Omega$, une résistance de sortie de l'ordre de $10^{-1} \Omega$, un décalage en sortie de l'ordre de 10^{-1} V et une pulsation de coupure de l'ordre de $10^4 \text{ rad} \cdot \text{s}^{-1}$.

Remarque : plus le gain du montage est important, plus la pulsation de coupure est faible. Il est donc souvent préférable de réaliser un montage à plusieurs étages de gain moyen plutôt qu'un étage unique de gain élevé.

3.d Conception d'un circuit.

- **Conception du soustracteur et du prélèvement.**

Comme on l'a dit plus haut, un prélèvement de tension se réalise par un montage en parallèle et un prélèvement d'intensité et c'est l'inverse pour le soustracteur. Le plus simple est d'expliquer cela par la figure 9 p. 19 montrant à gauche des montages parallèles, prélèvement de tension et soustraction d'intensités et à droite des montages séries, prélèvement d'intensité et soustraction de tension.

13. On suppose que le lecteur maîtrise cette notion.

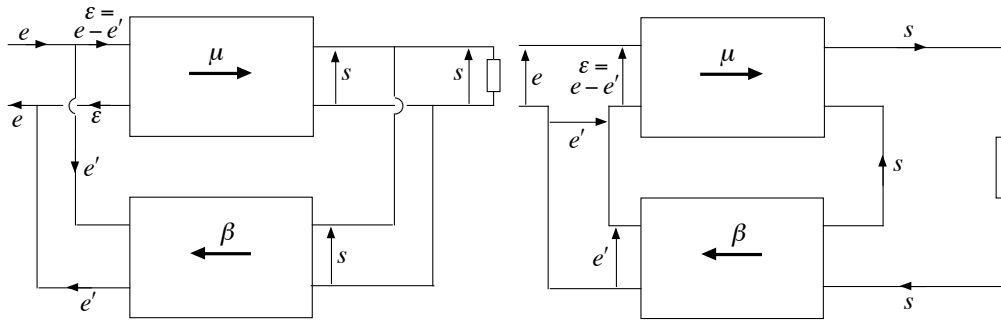


FIGURE 9 – Prélèvement et soustraction.

Attention, les montages série peuvent provoquer des problèmes de court-circuit par la masse pour le prélèvement (ou la soustraction) si la sortie (l'entrée) de la chaîne directe, l'entrée (la sortie) de la chaîne de retour, le circuit d'utilisation (d'entrée) ont une de leurs deux bornes à la masse ; pas de problème si c'est un seul, problème possible si c'est deux (il faudra faire attention) et problème certain si c'est trois.

Dans le cas de l'amplificateur opérationnel, aucune des entrées n'est à la masse, il n'y a pas de problème de masse pour le soustracteur sauf erreur de manipulation mais la masse fait office de seconde borne de sortie et il est prudent de ne pas envisager de prélèvement d'intensité.

• Conception de la chaîne directe et de la chaîne de retour.

La rétroaction donne pour la montage global, un résultat indépendant de la fonction de transfert μ de la chaîne directe, pourvu qu'il soit très grand. Donc la chaîne directe est un amplificateur de très grand gain dont la valeur précise importe peu.

Puisque la fonction de transfert du montage global est l'inverse de celui β de la chaîne de retour, la conception théorique est aisée. Pour la conception pratique dans le cas où, par prudence (cf supra les problèmes de masse), la grandeur de sortie est une tension, on se sert d'un simple pont diviseur (voir le montage qui nous a servi d'exemple d'analyse de circuit. C'est d'autant plus simple qu'il ne débite pas à cause de la valeur colossale de la résistance d'entrée.

Parfois un simple dipôle d'impédance Z branché entre la sortie de l'amplificateur opérationnel (tension s) et son entrée inverseuse suffit, si l'entrée non inverseuse est à la masse, car la différence de tension ε est négligeable entre ces bornes¹⁴. L'intensité réinjectée est alors $e' = \frac{s}{Z}$. Cela s'éclairera un tout petit peu plus loin.

14. Si l'amplificateur opérationnel est utilisé normalement, sa tension de sortie est inférieure à celle de saturation, typiquement de 15 volts. La différence de tension entre les deux entrées est inférieure à ce maximum divisée par la gain $\mu \sim 10^5$ de l'amplificateur soit inférieur en gros à 0,15 millivolts.

3.e Les montages les plus classiques.

- **L'amplificateur à gain positif.**

C'est le montage que nous avons utilisé comme exemple d'analyse d'un circuit ; la chaîne de retour est un pont diviseur de tension de fonction de transfert $\beta = \frac{R_2}{R_1+R_2}$ et le montage a donc un gain de $\frac{1}{\beta}$. On l'a abondamment étudié et il n'y a rien de plus à dire.

- **Le suiveur.**

C'est un cas particulier du montage précédent : on choisit $R_1 = 0$ (un court-circuit) et/ou $R_2 = \infty$ (pas de dipôle branché entre les deux points) et en pratique les deux conditions en même temps car ça coûte moins cher. Alors $\beta = 1$ et le gain du montage aussi. La figure 10 p. 20 en montre le schéma où manifestement $V_e = V_+$ et $V_s = V_-$ d'où puisque $V_+ - V_-$ est négligeable (cf remarque supra) $V_s = V_e$.

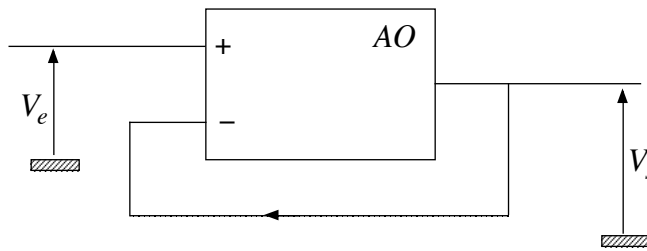


FIGURE 10 – Suiveur.

Ô mon lecteur, ne te gausse pas de moi qui te propose un montage qui ne fait que recopier une tension, ce que fait aussi bien un simple fil de connexion. Ce montage, appelé *suiveur* a une résistance d'entrée énorme ($10^6 \Omega$ pour l'amplificateur opérationnel, amélioré d'un facteur $\mu\beta$ avec $\mu \sim 10^5$ et $\beta = 1$, ça donne 100 giga-ohms !) et il sert, en le plaçant en amont, à transformer un montage à résistance d'entrée médiocre en montage à résistance d'entrée quasi-parfaite.

- **La trans-résistance. Amplificateur à gain négatif.**

Il s'agit, en sortie, d'un générateur de tension dont la tension électromotrice est proportionnelle à une intensité en entrée, la constante étant homogène à une résistance R . Le montage est tel que $V_s = R I_e$ (ou $s = R e$) ; on cherche donc une chaîne de retour telle que $e' = \frac{s}{R}$ (ou $I'_E = \frac{V_s}{R}$) et le montage à un seul dipôle de la figure 11 p. 21 convient ; en effet $V_+ = 0$ et $V_+ - V_-$ est négligeable (comme d'habitude désormais) donc $V_- = 0$ (on dit que l'on a affaire à une *pseudo-masse*) ; la différence de potentiel entre les deux bornes de R est donc $V_s - 0$ et le courant qui la traverse est $I_e = -\frac{V_s}{R}$ (avec la convention de signe qui

donne bien une soustraction et non une addition de courants à l'entrée). Pour le montage, on a donc bien $V_s = -R I_e$.

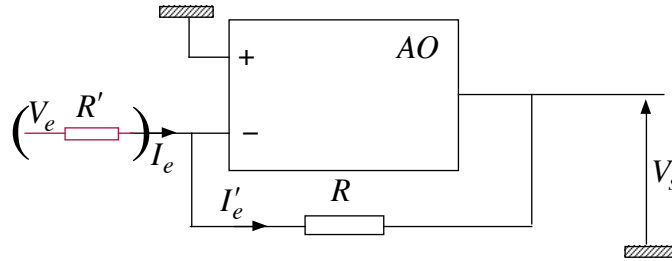


FIGURE 11 – Trans-résistance.

Remarque : si l'on place en amont une résistance R' entre un potentiel V_e et la pseudomasse, on a aussi $V_e = R' I_e$ et en éliminant I_e , on a $V_s = -\frac{R}{R'} V_e$ soit un amplificateur de gain négatif, incontournable si l'on veut rectifier un signe dans un montage. Son gros inconvénient est sa résistance d'entrée égale à R' (il est aisé de s'en convaincre); on l'améliore en plaçant en amont un suiveur (cf supra).

• Montage intégrateur.

Dans le montage précédent (on ne refait pas la figure), on remplace la résistance R par un condensateur d'admittance (inverse de l'impédance) $j\omega C$, on a donc $V_s = \frac{1}{j\omega C} I_e$ et en ajoutant en amont la résistance R' précédée d'un suiveur, on a aussi $V_s = \frac{1}{j\omega C R'} V_e$. La division par $j\omega$ est une intégration.

Remarque : Il sort en fait de l'entrée non-inverseuse un courant (dit de polarisation, cf fin du paragraphe 2.g débutant p. 10) continu infime (moins d'un micro-ampère) qui vient s'ajouter à I'_E est qui est donc intégré en une fonction affine qui finit par conduire V_s à la saturation; tôt ou tard¹⁵, il y a donc dysfonctionnement. Pour contrecarrer cet effet, on place en parallèle avec la condensateur une très grande résistance : les courants alternatifs l'ignorent et sont intégrés, le courant continu parasite ne peut traverser le condensateur et voit donc un amplificateur à gain négatif, il n'est donc pas intégré et, même amplifié, reste faible.

Remarque : on peut théoriquement concevoir un dérivateur, mais ceux-ci sont rarement employés. En effet, les montages électroniques sont sensibles aux signaux parasites, généralement de haute fréquence. Comme la dérivation multiplie l'amplitude par la pulsation ω , elle amplifie fortement les parasites, au contraire de l'intégration qui les étouffe.

¹⁵. De plus en plus tard avec l'évolution de la technologie; il y a vingt ans la saturation arrivait en quelques secondes, il y a cinq ans en quelques minutes, dans quinze ans ce sera peut-être en quelques heures et ce ne sera plus un vrai problème.

- **Additionneur.**

Pour additionner deux tensions, on les transforme en intensités grâce à des résistances avec une borne en pseudo-masse; on ajoute les intensités par un simple nœud et on retransforme en tension par une trans-résistance (cf supra); on trouve à peu de chose près le montage de l'amplificateur à gain négatif.

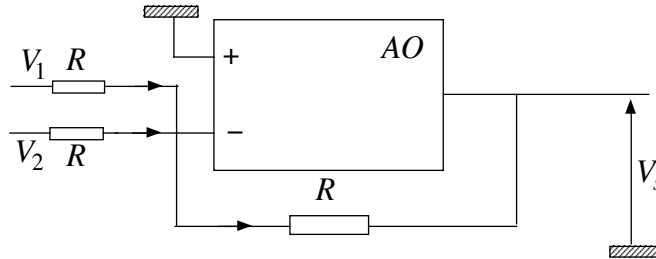


FIGURE 12 – Additionneur.

Dans le montage de la figure 12 p. 22, on se convainc sur ces bases que $V_s = -(V_1 + V_2)$; en général le signe moins ne gêne guère mais si c'est le cas, on fait suivre le montage d'un ampli à gain -1 , précédé si nécessaire¹⁶ d'un suiveur pour améliorer son impédance d'entrée.

Remarque : pour une combinaison linéaire, il suffit, dans ce montage de changer les valeurs des résistances (le montage devient un *mixeur*) et de jouer avec d'éventuels montages à gain négatif.

3.f La pratique expérimentale.

- **Bilan des défauts.**

Les faibles défauts linéaires de l'amplificateur opérationnel (résistance d'entrée non infinie, résistance de sortie non nulle et tension de décalage non nulle) sont fortement améliorés par la rétroaction et ne posent plus aucun problème.

Le dernier défaut linéaire, la faible fréquence de coupure, est elle aussi fortement améliorée à condition de se limiter à des gains faibles (maximum 10) quitte à prévoir plusieurs étages d'amplification. Pour une fréquence de coupure élevée, il faudra se tourner vers d'autres technologies.

Le plus important défaut non linéaire est la saturation en tension mais il est inhérent à tout système électronique et n'est réellement gênant que s'il est couplé à une limitation d'intensité et donc de puissance. Pour des puissances élevées, on se tourne là encore vers

16. En pratique, puisque la résistance de sortie du montage global est quasiment nulle, le fait que le montage qui suit ait une résistance d'entrée médiocre n'est pas un vrai problème.

d'autres technologies dites « électronique de puissance » qui relèvent plus de l'expérimentation que de la théorie.

Il y a enfin trois défauts non linéaires évoqués plus haut, les courants de polarisations des entrées qui ne perturbent que les montages intégrateurs et l'on a vu comment résoudre ce problème, les saturations en intensité (protection de l'amplificateur) et vitesse de variation de la tension de sortie (« slew-rate »). Nous allons voir ici comment une conception raisonnable du montage global (sur l'exemple de l'amplificateur à gain positif) permet d'ignorer ces deux derniers défauts.

• Saturation en intensité.

Revoyons la figure 8 p. 15. Le pont diviseur ne doit pratiquement pas débiter d'intensité (sinon le taux de rétroaction n'est pas celui qui est prévu), c'est le cas si $R_e \gg R_2$, ce qui est acquis en pratique si $R_e > 100 R_2$ (soit $R_2 < 10$ kilo-ohms) et reste acceptable si $R_e > 10 R_2$ (soit $R_2 < 100$ kilo-ohms).

Côté sortie, l'amplificateur « voit » en parallèle la résistance d'utilisation R_u et celle du pont diviseur $R_1 + R_2 \approx R_1$ (un gain de 10 par exemple suppose que $R_1 = 9 R_2$) soit une résistance équivalente notée provisoirement R_{eq} ; il débite donc le courant $I_s = \frac{V_s}{R_{eq}}$ proportionnel à V_s . Pour que la saturation en courant n'intervienne jamais, il suffit que I_s reste inférieur à I_{sat} pour la valeur la plus élevée de V_s soit la tension de saturation; on veut donc

$$\frac{V_{sat}}{R_{eq}} < I_{sat} \quad \text{d'où} \quad R_{eq} > \frac{V_{sat}}{I_{sat}} = \frac{15}{5 \cdot 10^{-3}} = 3 \text{ k}\Omega$$

En pratique, en prenant R_u et R_1 tous deux supérieurs au double de cette limite (la résistance équivalente à deux résistances R en parallèle est $\frac{R}{2}$), tout ira bien. On veut donc $R_u > 6 \text{ k}\Omega$ et $R_1 > 6 \text{ k}\Omega$.

Par exemple pour un gain de 10 (on ne va guère plus loin à cause de la bande passante, cf supra) on a $R_2 = \frac{R_1 + R_2}{10} \approx \frac{R_1}{10}$ et l'on veut à la fois $R_2 < 10$ kilo-ohms et $R_2 \approx \frac{R_1}{10} > 600$ ohms. On voit donc que la marge de manœuvre est assez limitée. On arrive à R_2 de 1 à 10 kilo-ohms et R_1 de 10 à 100 kilo-ohms. Il est bon d'y avoir réfléchi une fois dans sa vie et de garder ces ordres de grandeurs en tête.

• Saturation en vitesse de variation de la tension de sortie.

Considérons toujours un montage amplificateur de gain $G = \frac{1}{\beta}$; si le signal d'entrée est $V_e = V_m \sin(\omega t)$, le signal de sortie est $V_s = G V_m \sin(\omega t)$, à condition toutefois d'une part que la saturation en tension n'apparaisse pas, ce qui suppose $G V_m < V_{sat}$ et d'autre part que l'on soit en dessous de la pulsation de coupure¹⁷ soit $\omega < \omega_c$.

17. Si ω est égal à la pulsation de coupure, G est classiquement remplacé par $\frac{G}{\sqrt{2}}$ que l'on considère conventionnellement comme la charnière entre le supportable et l'insupportable.

La vitesse de variation de tension de sortie a pour expression $\frac{dV_s}{dt} = G \omega V_m \cos(\omega t)$; elle ne sature pas si $G \omega V_m < \left. \frac{dU_s}{dt} \right|_{max}$. Puisqu'on veut $G V_m < V_{sat}$ et $\omega < \omega_c$, le phénomène n'apparaîtra jamais si $V_{sat} \omega_c < \left. \frac{dU_s}{dt} \right|_{max}$. On va donc chercher dans quel cas cette condition est automatiquement vérifiée.

On a vu plus haut que la fréquence de coupure du montage est $\frac{\mu \beta}{\tau} = \frac{\mu}{G \tau}$; on veut donc $\frac{\mu V_{sat}}{G \tau} < \left. \frac{dU_s}{dt} \right|_{max}$ soit $G > \frac{\mu V_{sat}}{\tau \left. \frac{dU_s}{dt} \right|_{max}}$, soit avec $V_{sat} \approx 15$ V, $\mu \sim 10^5$, $\tau \sim 10^{-1}$ s⁻¹ et $\left. \frac{dU_s}{dt} \right|_{max} \sim 10^6$ V · s⁻¹, la condition $G > 15$. Comme par ailleurs quand le gain dépasse 10, la fréquence de coupure devient trop basse, il est bon que le gain soit compris entre 10 et 25, ce qui réalise un bon compromis. Là aussi, il est bon d'y avoir réfléchi une fois dans sa vie et de garder ces ordres de grandeurs en tête.

4 Problèmes de stabilité. Oscillateurs.

4.a Stabilité de l'amplificateur opérationnel.

Revenons à l'exemple qui nous sert tout au long de ce chapitre (sans exemple, il serait incompréhensible), celui du montage amplificateur à gain positif réalisé par un amplificateur opérationnel comme chaîne directe et un pont diviseur comme chaîne de retour.

On a vu plus haut (amélioration des caractéristiques par la rétroaction), en adaptant les notations à notre propos, qu'en négligeant les autres défauts, l'existence d'une fréquence de coupure conduit à $V_+ = E$ (tension électromotrice du générateur en entrée), $V_- = \beta V_s$ et $(1 + j \omega \tau) V_s = \mu (V_+ - V_-)$ en régime sinusoïdal qui correspond dans le cas général à l'équation différentielle :

$$\tau \frac{dV_s}{dt} + V_s = \mu (V_+ - V_-) = \mu (E - \beta V_s)$$

soit encore, en négligeant 1 devant $\mu \beta$:

$$\tau \frac{dV_s}{dt} + \mu \beta V_s = \mu E$$

qui montre qu'à la solution permanente s'ajoute un transitoire exponentiel décroissant en $\exp\left(\frac{-t}{\tau^*}\right)$ où $\tau^* = \frac{\tau}{\mu \beta}$; avec $G = \frac{1}{\beta} = 10$, τ^* est de l'ordre de 10 microsecondes) et il n'est donc guère utile de parler de ce transitoire.

Que se passe-t-il si, par une erreur de manipulation, on permute le rôle des entrées inverseuse et non-inverseuse? L'équation différentielle devient :

$$\tau \frac{dV_s}{dt} + V_s = \mu (V_- - V_+) = \mu (\beta V_s - E)$$

soit encore, en négligeant 1 devant $\mu \beta$:

$$\tau \frac{dV_s}{dt} - \mu \beta V_s = -\mu E$$

qui montre qu'à la solution permanente s'ajoute un transitoire exponentiel croissant en $\exp\left(\frac{t}{\tau^*}\right)$ où l'on a encore $\tau^* = \frac{\tau}{\mu\beta}$ de l'ordre de 10 microsecondes. Cette exponentielle diverge mais V_s cesse de varier dès que l'on atteint l'une des saturations $\pm V_{max}$, ce qui se passe de façon quasiment instantanée.

Même si ce n'est pas évident de la démontrer sans hypothèse sur E , en général variable, on constate que si V_s sature à la valeur $+V_{sat}$, la différence de potentiel $V_+ - V_-$ qui n'a plus de raison d'être négligeable est positive et si V_s sature à la valeur $-V_{sat}$, la différence de potentiel $V_+ - V_-$ est négative; bref $V_+ - V_-$ est du signe de la saturation.

Remarque : si l'on permute les bornes du montage amplificateur à gain positif (voir la figure 7 p. 14), on obtient celui de la figure 13 p. 25 à gauche.

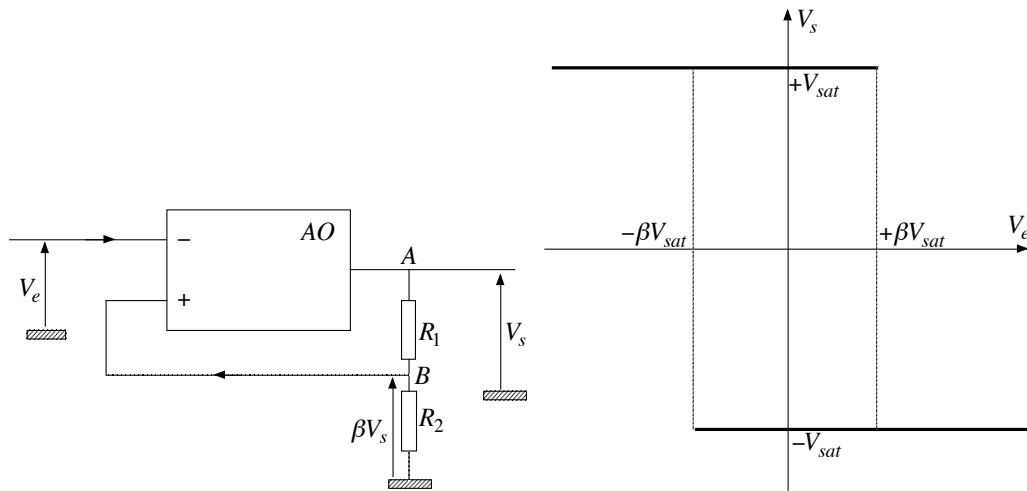


FIGURE 13 – Comparateur à hystérésis.

On doit avoir $V_s = \pm V_{sat}$ et $V_+ - V_- = \beta V_s - V_e$ du même signe; dans la partie droite de la même figure les traits gras donnent les seules solutions possibles dans un diagramme avec V_e en abscisse et V_s en ordonnée. Pour $|V_e| < \beta V_{sat}$ et en particulier pour $V_e = 0$, V_s peut prendre deux valeurs possibles; celle observée dépend des aventures antérieures du montage. Si on fait passer V_e de 0 à une valeur supérieure à βV_{sat} , V_s reste à $-V_{sat}$ s'il avait cette valeur et sinon bascule de $+V_{sat}$ à $-V_{sat}$ (trait mince pointillé) quand V_e passe par la valeur βV_{sat} et il reste à cette valeur quand on ramène V_e à 0. Bien sûr on a un comportement symétrique côté négatif. Ce montage, qui peut servir de mémoire binaire est appelé couramment *comparateur à hystérésis*.

4.b Exemple de montage oscillateur : le multivibrateur astable.

Une mauvaise herbe est une herbe dont on n'a pas encore découvert les vertus, selon Ralph EMERSON, philosophe et poète américain. De même un montage raté est un montage pour lequel n'a pas encore trouvé d'utilité. Ce n'est pas le cas du montage amplificateur à

gain positif avec entrées inversées. On vient de lui trouver un usage et c'est loin d'être le seul. Il sert aussi dans un montage classique d'oscillateur (appelé *multivibrateur astable*) qui sera pour nous l'occasion d'étudier un montage complexe à plusieurs étages. La figure 14 p. 26 en donne le principe

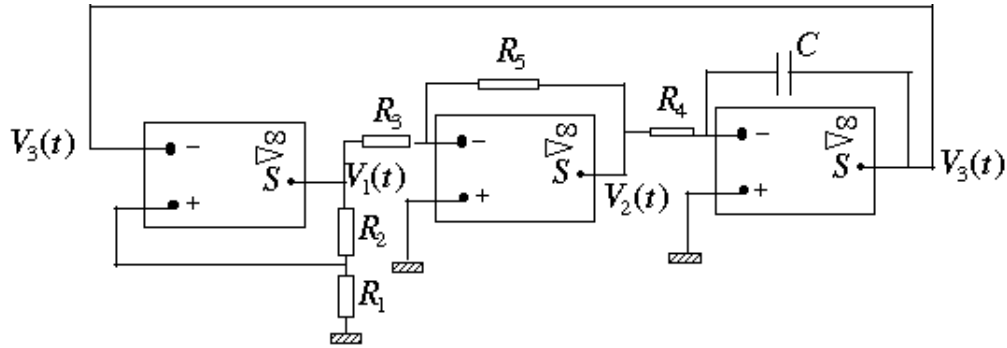


FIGURE 14 – Multivibrateur astable.

Le premier étage, celui de gauche est l'ampli à gain positif monté à l'envers ; il sature. Supposons que l'on ait $V_1 = +V_{sat}$. Celui du milieu est un ampli à gain négatif (cf supra) noté $-G$ avec $G = \frac{R_5}{R_3}$; il est là essentiellement pour changer le signe et on a choisi $G < 1$ de sorte que $V_2 = -G V_{sat} < V_{sat}$ (il ne sature donc pas). Celui de droite est un intégrateur (cf supra) et l'on a :

$$V_3(t) = V_3(0) - C R_4 \int_0^t V_2(t) dt = V_3(0) + C R_4 G V_{sat} t$$

La différence de potentiel aux bornes des deux entrées de l'amplificateur opérationnel de gauche est, avec $\beta = \frac{R_1}{R_1 + R_2}$ et $\tau = \frac{1}{C R_4}$:

$$V_+ - V_- = \beta V_{sat} - V_3(t) = \beta V_{sat} - V_3(0) - G V_{sat} \frac{t}{\tau}$$

Initialement elle est positive puisque la saturation est à $+V_{sat}$ (cf supra) ; comme elle décroît linéairement, tôt ou tard elle s'annule (à instant pris comme nouvelle origine des temps) puis devient négative ; la saturation bascule vers la valeur négative et l'on a alors $V_1 = -V_{sat}$, $V_2 = +G V_{sat}$, $V_3 = \beta V_{sat} - G V_{sat} \frac{t}{\tau}$ (avec la nouvelle origine des temps) jusqu'à un nouveau basculement quand V_3 atteint la valeur $-\beta V_{sat}$. On arrive donc à une oscillation dont la demi-période est le temps que met V_3 de passer de βV_{sat} à $-\beta V_{sat}$ (ou l'inverse) avec une pente $G V_{sat} \frac{1}{\tau}$. La période est donc :

$$T = \frac{4 \beta V_{sat} \tau}{G V_{sat}} = \frac{4 \beta \tau}{G}$$

La figure 15 p. 27 donne, en traits gras, le *chronogramme* de V_1 en rouge, V_2 en vert et V_3 en bleu (les traits minces sont là pour la lisibilité). Je n'ai pas cru utile de commenter.

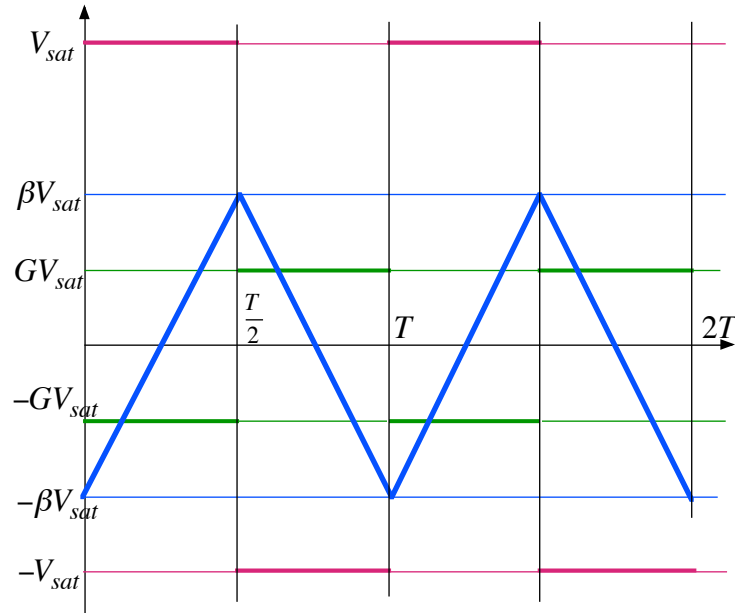


FIGURE 15 – Multivibrateur astable (suite).

4.c Un autre exemple d'oscillateur utilisant la rétroaction.

Dans un montage à rétroaction où la chaîne directe a un gain μ réel et indépendant de la pulsation et la chaîne de retour un gain $\beta(j\omega)$, on a pour gain du montage global :

$$G = \frac{V_s}{V_e} = \frac{\mu}{1 + \mu\beta} \quad \text{ou} \quad \frac{-\mu}{1 - \mu\beta}$$

selon qu'on branche les deux entrées normalement ou à l'envers. Si pour une valeur ω_0 particulière, on a $\beta(j\omega_0) = \pm \frac{1}{\mu}$ alors le gain est infini. En pratique, l'agitation thermique fournit une grandeur d'entrée infime mais non nulle et la valeur de sortie est une sinusoïde de pulsation ω_0 , légèrement écrêtée par les saturations (on y revient).

La figure 15 p. 27 montre un tel exemple dont la chaîne de retour est un pont de WIEN¹⁸, c'est-à-dire un pont diviseur avec une impédance Z_1 équivalente à R_s , C_1 et R_1 en série (on notera $R'_1 = R_1 + R_s$) et une impédance Z_2 équivalente à R_e , C_2 et R_2 en parallèle (on notera $\frac{1}{R'_2} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_e}$). La condition d'oscillation est :

$$\mu = \frac{1}{\beta} = \frac{Z_1 + Z_2}{Z_2} = 1 + Z_1 \frac{1}{Z_2} = 1 + \left(R'_1 + \frac{1}{j C_1 \omega_0} \right) \left(\frac{1}{R'_2} + j C_2 \omega_0 \right)$$

18. Il s'agit de Max Wien, physicien allemand, 1866–1938 et non son cousin Wilhelm, prix Nobel 1911 (rayonnement du corps noir).

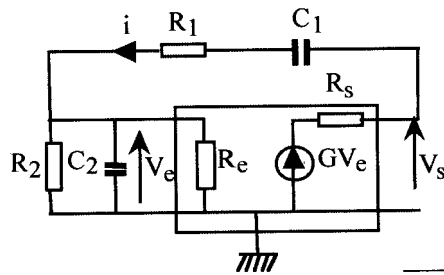


FIGURE 16 – Oscillateur à pont de Wien.

Puisque μ est réel, on obtient en égalant les parties imaginaires :

$$R'_1 C_2 \omega_0 - \frac{1}{R'_2 C_1 \omega_0} = 0$$

d'où :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{R'_1 R'_2 C_1 C_2}}$$

et en égalant les parties réelles :

$$G = 1 + \frac{R'_1}{R'_2} + \frac{C_2}{jC_1}$$

Pour fixer les idées, si $R'_1 = R'_2$ (on note R la valeur commune) et $C_1 = C_2$ (on note C la valeur commune), on trouve $\omega_0 = \frac{1}{RC}$ et $G = 3$ (la faible valeur du gain montre que la chaîne directe ne sera pas un amplificateur opérationnel mais un montage amplificateur à gain positif réalisé par un amplificateur à gain positif et un autre pont diviseur à résistances).

Ô mon lecteur, je t'ai maintes fois répété qu'en physique on ne peut jamais obtenir une valeur exacte, en particulier $G = 3$, je ne le nie pas mais ne cherche pas à me surprendre en pleine auto-contradiction. En fait, on règle la chaîne directe à un gain légèrement supérieur à 3 ; ce qu'on obtient en sortie est une sinusoïde légèrement écrêtée par la saturation donc montant moins haut que prévu, donc avec un gain plus petit que le taux nominal ; c'est donc l'écrêtage qui stabilise la chose (il est d'autant moins sensible que le gain est proche de 3 (en restant supérieur)).

5 Quelques aspects de l'électronique logique.

Dans l'électronique logique, on gère des tensions qui ne peuvent prendre que deux valeurs : le potentiel de la masse, symbolisé par 0 et une valeur de saturation symbolisée par 1.

Tout ce qui suit peut être écrit en terme d’algèbre de BOOLE et relève donc plus de mathématiques (du reste très simples) que de la physique.

5.a Portes logiques.

Il s’agit de composants électroniques (peu importe ici leur structure interne) unidirectionnels à une ou deux entrées (dessinées à gauche), parfois plus, et une sortie (dessinée à droite). Les plus importantes, sont :

- la porte « non » (ou inverseur), à une entrée dont la sortie est 1 si l’entrée est 0 et la sortie est 0 si l’entrée est 1.
- la porte « et », à deux entrées dont la sortie est 1 si les deux entrées sont à 1 et la sortie est 0 dans tous les autres cas.
- la porte « ou », à deux entrées dont la sortie est 0 si les deux entrées sont à 0 et la sortie est 1 dans tous les autres cas.

Les schémas varient selon les lieux et les époques ; je prends donc une convention personnelle lisible par les francophones, celle de la figure 17 p. 29

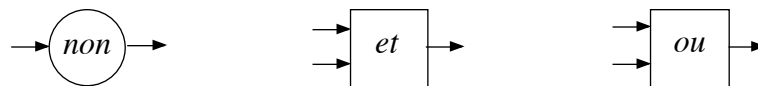


FIGURE 17 – Portes non, et, ou.

On trouve aussi :

- la porte « non-et », porte « et » suivie d’une porte « non », dont la sortie est 0 si les deux entrées sont à 1 et la sortie est 1 dans tous les autres cas.
- la porte « non-ou », porte « ou » suivie d’une porte « non », dont la sortie est 1 si les deux entrées sont à 0 et la sortie est 0 dans tous les autres cas.

Il sont schématisés de façon naturelle sur la figure 18 p. 29.



FIGURE 18 – Portes non-et, non-ou.

Signalons enfin :

- la porte « ou exclusif », dont la sortie est 1 si les deux entrées ont des valeurs différentes et la sortie est 0 si les deux entrées ont des valeurs égales.
- la porte « non-ou exclusif », porte « ou excusif » suivie d’une porte « non », dont la sortie est 0 si les deux entrées ont des valeurs différentes et la sortie est 1 si les deux entrées ont des valeurs égales.

Il sont schématisés (avec un X comme eXclusif) sur la figure 19 p. 30.



FIGURE 19 – Portes ou exclusif, non-ou exclusif.

5.b Conception d'un additionneur binaire.

Soient deux nombres binaires à huit chiffres (des *octets*) $a = a_0 + 2 a_1 + 2^2 a_2 + \dots + 2^7 a_7$ et $b = b_0 + 2 b_1 + 2^2 b_2 + \dots + 2^7 b_7$ où les a_i et les b_i valent 0 ou 1, leur somme notée $c = c_0 + 2 c_1 + 2^2 c_2 + \dots + 2^7 c_7 (+ 2^8 c_8)$ est un nombre binaire à 8 ou 9 chiffres. Pour chaque indice i de 0 à 7, on a $c_i = a_i + b_i + r_i$ où r_i est la retenue, égale à 0 ou 1 de l'addition au rang $(i - 1)$ (sauf pour $i=0$; on mettra à la masse la borne d'entrée correspondant à la prétendue retenue du rang -1 et pour c_8 , on remarquera que c'est l'éventuel 9ème chiffre de la somme).

En étudiant les huit cas possibles, on vérifie aisément que :

$$c_i = (a_i \text{ ouX } b_i) \text{ ouX } r_i$$

où « ouX » est le ou exclusif, et que la retenue à reporter au rang $(i + 1)$ est :

$$r_{i+1} = (a_i \text{ et } b_i) \text{ ou } [(a_i \text{ ouX } b_i) \text{ et } r_i]$$

ce qui conduit pour tout élément de l'additionneur au montage de la figure 20 p. 30.

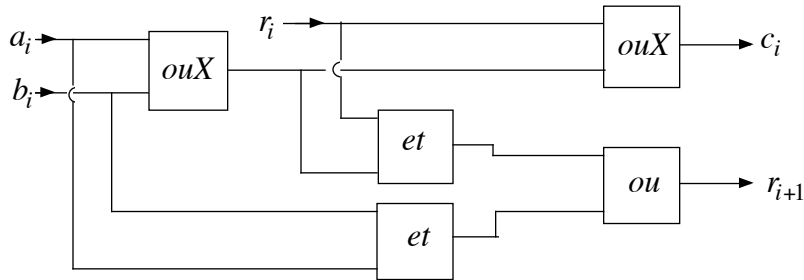


FIGURE 20 – Additionneur.

5.c Conception d'une mémoire binaire inscriptible.

Considérons le montage de la figure 21 p. 31, connu sous le nom de *bascule reset-set* ou *bascule R-S* ; il est formé de deux portes non-ou où la sortie de l'une est l'une des entrées

de l'autre et vice-versa. Les autres entrées sont notées S (comme set, comprendre « mettre à 1 ») et R (comme reset, comprendre « remettre à 0 »); les sorties sont notées Q et Q' . R et S sont supposées connues tandis que Q et Q' sont deux inconnues logiques.

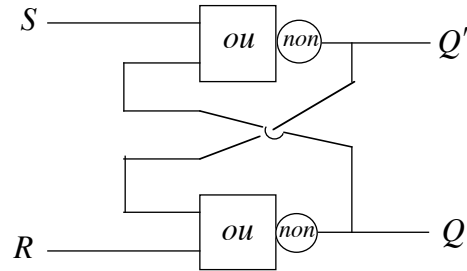


FIGURE 21 – Bascule R-S.

Supposons que $S = 1$ donc $Q' = 0$ (voir la propriété de la porte non-ou ci-dessus); si de plus $R = 0$, alors $Q = 1$.

Supposons que $R = 1$ donc $Q = 0$; si de plus $S = 0$, alors $Q' = 1$.

Supposons que $S = R = 0$, dans ce cas si $Q = 0$ alors $Q' = 1$ et si $Q = 1$ alors $Q' = 0$.

Dans ces trois cas $Q' = \text{non-}Q$, dans les deux premiers, la solution est unique, dans le dernier, il y a incertitude.

On n'a pas évoqué le cas où $S = R = 1$ qui conduit à $Q = Q' = 0$ car on s'arrange à la construction pour que cette situation n'arrive jamais.

Voilà comment transformer la bascule en mémoire inscriptible dont la valeur est Q : pour inscrire un 1, on porte, pendant un temps très bref, S à la valeur 1 en laissant R à 0 et pour inscrire un 0, on porte, pendant un temps très bref, R à 1 en laissant S à 0. Une fois l'inscription faite, on ramène S ou R , selon le cas, à 0; l'état inscrit étant un des deux possibles, la bascule y reste et n'en bouge plus jusque la prochaine inscription.

5.d Conception du déplacement d'informations binaires.

• Transfert simple.

Il existe différents types de bascule R-S (cf ci-dessus), D, J-K que je n'ai pas l'intention de détailler ici; je veux simplement montrer que des idées simples suffisent.

Commençons par regarder différemment la bascule R-S. Si $R = S = 0$, la bascule reste dans l'état précédemment enregistré avec $Q' = \text{non-}Q$ (on écrira désormais \tilde{Q} pour non- Q et analogues), on peut appeler cela le mode mémoire. Si $S = \tilde{R}$, on a $Q = R$ et donc $\tilde{Q} = S$, le couple (Q, \tilde{Q}) recopie le couple (R, \tilde{R}) , on peut appeler cela le mode enregistrement.

Imaginons que nous voulions transférer à un instant choisi, le contenu (Q, \tilde{Q}) noté

(a, \tilde{a}) d'une première bascule R-S dans une seconde. Pour cela, il faudra qu'à cet instant, les valeurs d'entrée de la seconde passe du mode mémoire $(R_2, \tilde{R}_2) = (0, 0)$ au mode enregistrement $(R_2, \tilde{R}_2) = (a, \tilde{a})$. Pour cela on va se servir de la propriété de la fonction logique « et » à savoir (c'est aisé à vérifier, il n'y a que quatre cas à considérer) :

$$\begin{cases} \forall X \in \{0, 1\} & 0 \text{ et } X = 0 \\ \forall X \in \{0, 1\} & 1 \text{ et } X = X \end{cases}$$

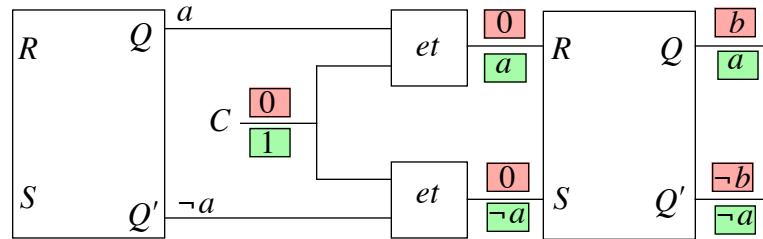


FIGURE 22 – Transfert d'information.

Le montage proposé, parfois appelé *maître-esclave*, est décrit par la figure 22 p. 32 avec une première bascule R-S contenant l'information binaire à transférer (modélisée par un simple rectangle), une seconde qui va la recevoir, deux portes « et » et un signal de commande C qui passe de la valeur 0 à la valeur 1 pour provoquer le transfert. Sur fond rouge orangé, l'état résultant de précédents enregistrements (a, \tilde{a}) (sur la figure $(a, \neg a)$ et analogues) pour la première bascule et (b, \tilde{b}) pour la seconde ; la commande est à 0. Sur fond vert ce qui se passe quand la commande passe à 1 et on remarquera que si elle repasse à 0, la seconde bascule restera à (a, \tilde{a}) .

- **Décalages successifs d'une série d'informations.**

Sur le principe précédent, on ne peut pas en même temps transférer le contenu d'une première bascule sur une seconde, de la seconde sur une troisième, etc. pour la bonne raison que ce transfert passe forcément par un régime transitoire au cours duquel la sortie de la seconde bascule passe progressivement d'un état à un autre et la troisième recopie donc un état mal défini.

La solution de cette difficulté passe par un dédoublement des bascules maîtres-esclaves. Les bascules R-S de rang pair (y compris les deux portes « et ») ont initialement un signal de commande égal à 1 et recopient la valeur de la bascule R-S qui les précèdent et celles-ci sont en mode mémoire avec un signal de commande à 0. Si au même moment, les bascules paires reçoivent la commande 0 et les impaires la commande 1, les premières se bloquent en mode mémoire et les secondes reproduisent la valeur de la bascule précédente ; puis si au même moment, les bascules impaires reçoivent la commande 0 et les paires la commande 1, les premières se bloquent en mode mémoire et les secondes reproduisent la valeur de la

bascule précédente. En pratique, un générateur, appelé *horloge* délivre des signaux carrés de valeurs 0 et 1 alternativement envoyés directement sur les bascules impaires et à travers une porte « non » sur les paires.

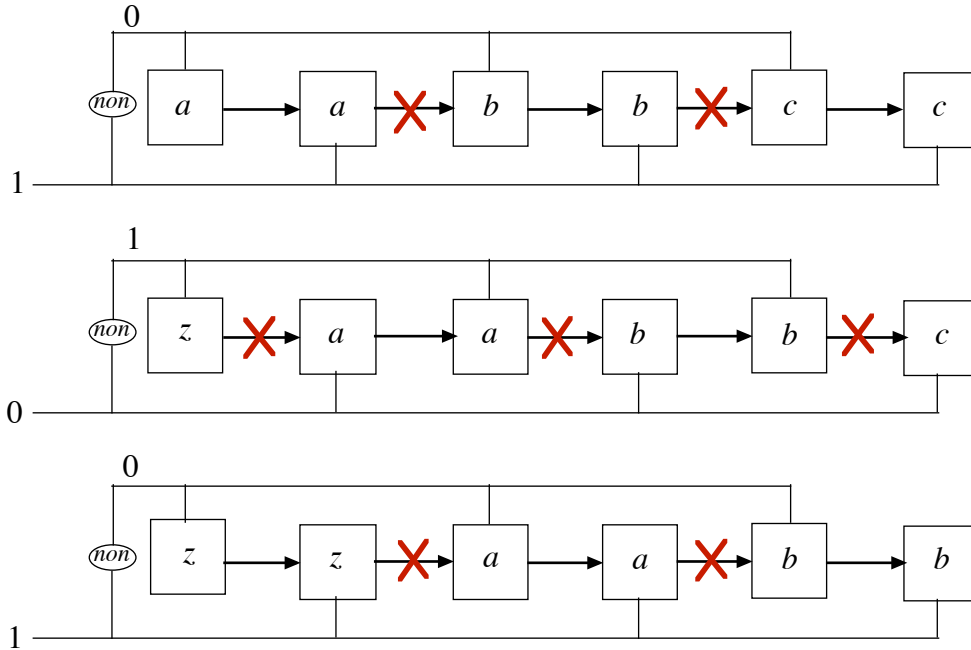


FIGURE 23 – Décalage d'information.

La figure 23 p. 33 montre trois états successifs d'une suite de bascules représentées par un carré contenant la valeur de sortie et une flèche entrant par le haut ou le bas avec la valeur de la tension de commande délivrée par l'horloge H . Elles sont reliées par des flèches barrées ou non selon que la recopie est bloquée ou activée. On n'y a pas représenté la cellule qui précède la première de la figure. On constate donc la progression des informations le long de la chaîne.

Citons deux applications possibles. La première est une amélioration de l'additionneur présenté ci-dessus : on n'a qu'un seul « étage » d'addition (deux chiffres binaires et la retenue) et deux chaînes de progression qui l'alimentent chiffre à chiffre et une chaîne qui emporte le résultat vers un affichage. La seconde est la conception d'un multiplicateur binaire : si $a = a_0 + 2 a_1 + 2^2 a_2 + 2^3 a_3 + \dots$ où les a_i valent 0 ou 1, alors :

$$a \cdot b = \sum_{i \text{ tel que } a_i \neq 0} 2^i b$$

où $2^i b$ n'est autre que b dont tous les chiffres ont été décalés de i rangs.

5.e De l'électronique à l'informatique.

La conception de circuits intégrés permet de placer sur une surface minime de plus en plus de bascules élémentaires qui ne réalisent guère plus que les fonctions précédentes. Le progrès vient de l'interfaçage avec l'utilisateur de plus en plus ergonomique et intuitif¹⁹.

19. selon le système d'exploitation.