

Chapitre D-VII

Optique paraxiale des systèmes dits centrés.

Joël SORNETTE met ce cours à votre disposition selon les termes de la licence Creative Commons :

- Pas d'utilisation commerciale.
- Pas de modification, pas de coupure, pas d'intégration à un autre travail.
- Pas de communication à autrui sans citer son nom, ni en suggérant son autorisation.

Retrouvez l'intégralité du cours sur le site joelsornette.fr

RÉSUMÉ :

Dans les premières parties de ce chapitre, il est montré que les propriétés de stigmatisme approché et d'aplanétisme d'un système dit centré ne relèvent pas de l'optique mais d'une approximation à l'ordre un. De même les relations de conjugaison, de grandissement, de grossissement etc. n'en sont que le prolongement purement géométrique. La seule relation réellement optique est le lien entre les distances focales objet et image et les indices d'entrée et de sortie.

Après avoir étudié comment trouver les caractéristiques d'un système centré complexe à partir de celles de ses constituants, puis les caractéristiques du système minimal qu'est le dioptre (ou le miroir), il est aisé de construire le modèle commode de la lentille mince.

La suite est un compromis permettant sans trop de développements de donner accès à la diversité de instruments optiques, projecteurs ou oculaires, et de leurs limitations au travers des notions de pupille et de lucarne.

Table des matières

D-VII Optique paraxiale des systèmes dits centrés.	1
1 Stigmatisme et aplanétisme approchés.	5
1.a Systèmes dits centrés.	5
1.b Stigmatisme approché sur l'axe.	5
1.c Grossissement angulaire.	6
1.d Stigmatisme et aplanétisme approché hors de l'axe. Grandissement.	6
1.e Conditions de Gauss et optique paraxiale.	9
1.f Influence de l'approximation sur la nature des surfaces réfractantes ou réfléchissantes.	9
1.g Et l'optique là-dedans ?	10
1.h Relation de Lagrange-Helmholtz.	10
1.i Rappel : Dispersion de la lumière.	11
2 Propriétés générales des systèmes centrés.	12
2.a Foyers et plans principaux.	12
2.b Construction géométrique des images.	14
2.c Relations de conjugaison et de grandissement avec origines aux foyers.	15
2.d Grossissement angulaire.	16
2.e Et l'optique là-dedans ? (bis)	17
2.f Grandissement axial.	18
2.g Relations de conjugaison et de grandissement avec origines aux points principaux.	19
2.h Points anti-principaux, nodaux et anti-nodaux.	20

3	Association de deux systèmes.	21
3.a	Recherche des foyers et points principaux.	22
3.b	Formule de Gullstrand.	24
3.c	Systèmes achromatiques.	25
4	Dioptries. Miroirs. Lentilles minces.	26
4.a	Le dioptre sphérique.	26
4.b	Lentilles et lentilles minces.	27
5	Instruments optiques.	30
5.a	Instruments projecteurs.	30
5.b	Diaphragme et profondeur de champ.	31
5.c	Instruments oculaires.	33
5.d	Diaphragmes, pupilles et lucarnes.	34

1 Stigmatisme et aplanétisme approchés.

1.a Systèmes dits centrés.

La tradition appelle « système centré » une succession de dioptrés ou miroirs qui possèdent une symétrie de révolution autour d'un axe commun, que nous appellerons Ox (l'origine O est choisie de façon parfaitement arbitraire à ce stade) ; il vaudrait donc mieux les appeler systèmes axés.

Une première conséquence est que tous les dioptrés ou miroirs ont, aux points où ils coupent l'axe, un plan tangent¹ orthogonal à celui-ci. Une seconde est qu'un rayon qui entre dans le système en étant confondu avec l'axe rencontre chaque dioptré ou miroir avec un angle d'incidence nul et n'est donc pas dévié : l'axe Ox est donc un rayon possible.

1.b Stigmatisme approché sur l'axe.

Soit un système centré dont la structure importe peu et représenté par un rectangle gris sur la figure 1 p. 5. Choisissons un point-objet M de l'axe, d'abscisse x ; sur la figure M est un objet réel en amont du système car ainsi la figure est plus lisible mais il pourrait aussi être virtuel sans rien changer à notre propos. Considérons tous les rayons-objets issus de M et la façon dont ils ressortent du système ; l'un est connu et se confond avec l'axe du système et pour les autres, la symétrie de révolution fait que tous les rayons faisant le même angle α avec l'axe se comportent de la même façon et l'on peut donc se contenter de la figure proposée, tracée dans un plan méridien quelconque qui contient par symétrie le rayon même après ses réfractions et réflexions. Le point M' où le rayon recoupe l'axe ne dépend donc que de l'angle α ; nous le noterons² $M'(\alpha)$ et $x'(\alpha)$ son abscisse ; remarquons que $x'(0)$ n'est pas géométriquement défini, on le fera par continuité, c'est-à-dire $x'(0) = \lim_{\alpha \rightarrow 0} x'(\alpha)$.

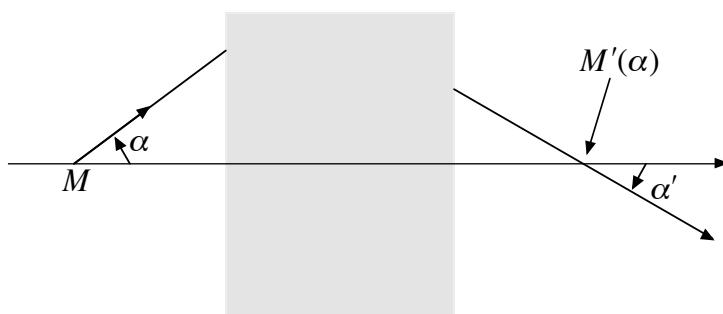


FIGURE 1 – Stigmatisme sur l'axe.

1. Mathématiquement, il pourrait y avoir une pointe donc pas de plan tangent ; mais de telles surfaces ne sont pas utilisées en optique.

2. En toute rigueur, on devrait noter $M'(M, \alpha)$ et $x'(x, \alpha)$; on allège l'écriture car ici M et x sont fixés.

Si l'on donne aux angles une valeur algébrique, remplacer α par $-\alpha$ revient à prendre le rayon symétrique par rapport à l'axe (ou obtenu par rotation d'un demi-tour) et la symétrie de révolution entraîne alors que $x'(-\alpha) = x'(\alpha)$; le fonction est donc paire. Un développement de TAYLOR en zéro aura donc l'allure suivante :

$$x'(\alpha) = x'(0) + \frac{1}{2} \left. \frac{d^2 x'}{d\alpha^2} \right|_0 \alpha^2 + \frac{1}{4!} \left. \frac{d^4 x'}{d\alpha^4} \right|_0 \alpha^4 + \dots$$

Si α est assez petit pour que les termes d'ordre deux et au-delà soient négligeables, alors on pourra confondre $x'(\alpha)$ avec sa valeur limite $x'(0)$, c'est-à-dire que tous les rayons issus de M convergent approximativement au point $M'(0)$ d'abscisse $x'(0)$. On dit qu'il y a *stigmatisme approché* et $M'(0)$ est considéré comme l'image de M .

Tout le reste de ce chapitre se place en fait dans les conditions de validité d'une approximation à l'ordre un ; nous y reviendrons en détail un peu plus loin.

Remarque finale : on a raisonné avec un point M fixé, le point de convergence approché $M'(0)$ dépend évidemment du point M et nous y reviendrons dans une seconde partie.

1.c Grossissement angulaire.

Dans le cadre du raisonnement précédent, l'angle α' que fait avec l'axe le rayon émergent (c'est-à-dire qui sort du système centré) ne dépend que de l'angle α du rayon incident qui lui correspond ; la simple symétrie utilisée plus haut justifie que α' est fonction impaire de l'angle α . Un développement de TAYLOR en zéro aura donc l'allure suivante :

$$\alpha'(\alpha) = \left. \frac{d\alpha'}{d\alpha} \right|_0 \alpha + \frac{1}{3!} \left. \frac{d^3 \alpha'}{d\alpha^3} \right|_0 \alpha^3 + \dots$$

Dans le contexte choisi, celui d'une approximation d'ordre 1, on a donc :

$$\frac{\alpha'}{\alpha} \approx Cte = \left. \frac{d\alpha'}{d\alpha} \right|_0$$

Il est d'usage de noter G cette constante et de l'appeler *grossissement angulaire* ; bien sûr, comme ci-dessus, ce grossissement angulaire dépend du choix du point M (on y reviendra en temps utile).

1.d Stigmatisme et aplanétisme approché hors de l'axe. Grandissement.

Soient dans le cadre du stigmatisme approché, c'est-à-dire d'une approximation à l'ordre un, un point M donné, d'abscisse x de l'axe et son image M' sur l'axe, soient Π et Π' les plans perpendiculaires à l'axe passant par M et M' , soient enfin une perpendiculaire quelconque à l'axe dans le plan Π prise dans ce plan comme axe My et un point P , d'ordonnées y .

Pour M donné donc x donné (considéré comme constant, on ne le mentionnera pas) et P donné donc y donné (considéré comme paramètre, on le mentionnera), considérons tous les rayons incidents issus de P et tous les points P' où les rayons émergent³ du système recoupent le plan Π' ; ils dépendent du choix de l'ordonnée y de P sur My et du vecteur unitaire \vec{u} du rayon incident choisi, on peut donc noter $P'(y, \vec{u})$; à ce stade du raisonnement, personne n'a encore dit que P' est l'image de P .

Dans les ouvrages d'apprentissage, on se limite aux vecteurs \vec{u} contenus dans le plan de symétrie Myx ce qui allège la démonstration. Mon cours se veut cours de révision et d'approfondissement et je dois donc envisager le cas des rayons hors du plan de symétrie. Les composantes sur My , Mz et Mx (attention à l'ordre non standard) du vecteur unitaire \vec{u} , notées a , b et c , sont liées par la relation $a^2 + b^2 + c^2 = 1$ donc le choix de deux d'entre elles donnera la troisième au signe près. Comme pour le stigmatisme sur l'axe, l'angle que fait \vec{u} avec l'axe sera considéré comme assez petit, donc a et b aussi et c'est elles que l'on choisira avec, cerise sur le gâteau, le fait que le signe de la troisième composante est positif car le rayon incident entre dans le système, traditionnellement et tacitement orienté dans le sens de la lumière entrante.

Le point P' est donc fonction de y , a et b ainsi que ses coordonnées y' et z' dans le plan Π' d'abscisse donnée; on note donc $y'(y, a, b)$ et $z'(y, a, b)$.

La figure 2 p. 7, où le système centré est encore représenté par une zone grise, résume tout cela.

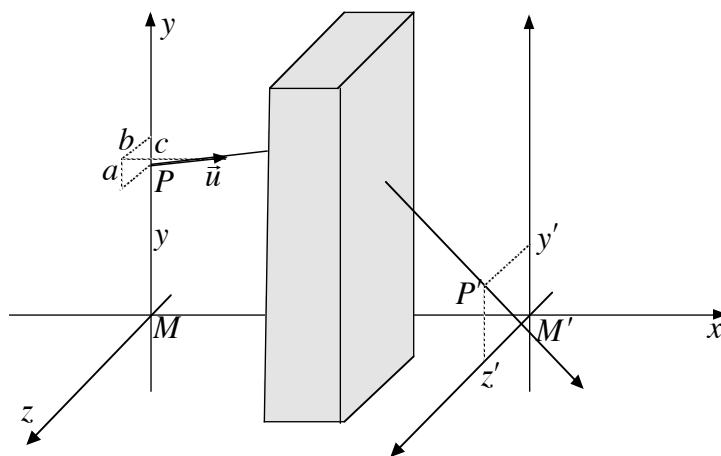


FIGURE 2 – Stigmatisme et aplanétisme hors de l'axe.

Puisque l'on se résume à un développement limité à l'ordre un, ce qui est aisé bien qu'il s'agisse de fonctions à trois variables, car les termes d'ordre un s'identifient à la différentielle

3. juste pour rappeler la différence entre *émergent* adjectif variable et *émergeant* participe présent invariable.

de la fonction de ces variables, on a :

$$\begin{cases} y'(y, a, b) = y'(0, 0, 0) + \left. \frac{\partial y'}{\partial y} \right|_{(0,0,0)} y + \left. \frac{\partial y'}{\partial a} \right|_{(0,0,0)} a + \left. \frac{\partial y'}{\partial b} \right|_{(0,0,0)} b \\ z'(y, a, b) = z'(0, 0, 0) + \left. \frac{\partial z'}{\partial y} \right|_{(0,0,0)} y + \left. \frac{\partial z'}{\partial a} \right|_{(0,0,0)} a + \left. \frac{\partial z'}{\partial b} \right|_{(0,0,0)} b \end{cases}$$

Dans le cas particulier où $y = 0$, P s'identifie à M donc, à cet ordre, P' à M' (d'où $y' = z' = 0$) quel que soit \vec{u} (stigmatisme approché sur l'axe), soit quels que soient a et b ; les relations ci-dessus deviennent :

$$\begin{cases} 0 = y'(0, 0, 0) + \left. \frac{\partial y'}{\partial a} \right|_{(0,0,0)} a + \left. \frac{\partial y'}{\partial b} \right|_{(0,0,0)} b \quad \forall a \forall b \\ 0 = z'(0, 0, 0) + \left. \frac{\partial z'}{\partial a} \right|_{(0,0,0)} a + \left. \frac{\partial z'}{\partial b} \right|_{(0,0,0)} b \quad \forall a \forall b \end{cases}$$

ce qui entraîne

$$\begin{cases} y'(0, 0, 0) = z'(0, 0, 0) = 0 \\ \left. \frac{\partial y'}{\partial a} \right|_{(0,0,0)} = \left. \frac{\partial y'}{\partial b} \right|_{(0,0,0)} = \left. \frac{\partial z'}{\partial a} \right|_{(0,0,0)} = \left. \frac{\partial z'}{\partial b} \right|_{(0,0,0)} = 0 \end{cases}$$

que l'on reporte dans les relations de départ pour arriver à :

$$\begin{cases} y'(y, a, b) = \left. \frac{\partial y'}{\partial y} \right|_{(0,0,0)} y \\ z'(y, a, b) = \left. \frac{\partial z'}{\partial y} \right|_{(0,0,0)} y \end{cases}$$

Enfin dans le cas particulier où b est nul, le rayon part dans le plan de symétrie Mxy et reste dans ce plan donc z' doit s'annuler d'où

$$0 = z'(y, a, 0) = \left. \frac{\partial z'}{\partial y} \right|_{(0,0,0)} y \quad \forall a \forall y$$

ce qui entraîne $\left. \frac{\partial z'}{\partial y} \right|_{(0,0,0)} = 0$. On arrive donc finalement à :

$$\begin{cases} y'(y, a, b) = \left. \frac{\partial y'}{\partial y} \right|_{(0,0,0)} y \\ z'(y, a, b) = 0 \end{cases}$$

Reste à conclure, sans rien oublier :

- Pour P donné, donc y donné, y' et z' , donc P' , ne dépendent ni de a ni de b , donc pas de \vec{u} ; tous les rayons issus d'un même point P convergent, dans cette approximation en un même point qui est donc l'image du point P dans le cadre du stigmatisme approché.

- Par construction P' appartient au plan Π' quel que soit P , donc tous les points P du plan Π ont leurs images dans Π' ; il y a correspondance plan à plan des plans orthogonaux à l'axe. La notion d'aplanétisme, définie dans le chapitre sur les lois de l'optique, s'affine ici et le choix de ce nom s'éclaire.
- Puisque $\left. \frac{\partial y'}{\partial y} \right|_{(0,0,0)}$ que nous noterons désormais γ est, pour M donné, indépendant du point P et que z' est nul, on a vectoriellement $\overrightarrow{M'P'} = \gamma \overrightarrow{MP}$ et pour un ensemble de points P_i de Π , $\overrightarrow{M'P'_i} = \gamma \overrightarrow{MP_i}$. Il y a donc, au changement de plan près, homothétie de rapport γ entre une figure-objet et une figure-image. Le rapport γ est traditionnellement appelé *grandissement*; il dépend, bien sûr, de M (on y reviendra en temps utile).
- Puisque z' est nul, les points M, M', P et P' appartiennent à un même plan de symétrie, on peut désormais se contenter d'effectuer des figures dans un tel plan en omettant de tracer les rayons qui en sortent, ce ne sera plus scandaleux⁴

1.e Conditions de Gauss et optique paraxiale.

Le développement limité à l'ordre un n'est une bonne approximation que si les grandeurs α ou y, a et b ne sont pas trop grandes. Il faut donc que les angles que font les rayons avec l'axe soient petits (devant $\frac{\pi}{2}$) et que les points par où ils passent restent proches de l'axe à une distance petite devant..., devant quoi au fait? Le cas du dioptré (cf paragraphe 4.a p. 26) montrera que c'est devant le rayon de courbure des surfaces réfractantes ou réfléchissantes. Cette double condition, appelée traditionnellement *conditions de GAUSS*, constitue l'approximation *paraxiale*.

Une façon de l'obtenir est de supprimer les rayons non conformes à l'aide d'un (ou plusieurs) diaphragme, c'est-à-dire un écran opaque, orthogonal à l'axe et percé d'une ouverture circulaire de rayon suffisamment petit.

Cela dit, tout l'art (car c'en est un) des fabricants d'optique consiste à rendre cette approximation valable pour les angles assez grands et des distances à l'axe assez grandes. Pour y parvenir, un objectif d'appareil photographique de bonne qualité est constitué d'un grand nombre de lentilles (cinq, voir plus).

1.f Influence de l'approximation sur la nature des surfaces réfractantes ou réfléchissantes.

Un point M d'une surface réfléchissante ou réfractante ayant la symétrie de révolution autour de l'axe Ox est repéré par son abscisse x et sa distance r à l'axe. L'équation de la surface peut s'écrire $x = f(r)$ et dans l'approximation paraxiale, son développement limité qui, compte tenu de la parité induite par la symétrie, est de la forme $x = a_0 + a_2 r^2 +$

4. scandaleux dans un cours de référence, mais admissible car justifié par des considérations pédagogiques louables dans un cours d'initiation.

$a_4 r^4 + \dots$ peut être tronqué à l'ordre deux, en gros parce que ça tronque la direction des normales, essentielles à l'application des lois de SNELL-DESCARTES et obtenues par dérivation, à l'ordre un, celui de l'approximation.

Toutes les surfaces d'équation dont le développement limité commencera par $a_0 + a_2 r^2$ avec le même a_0 et le même a_2 , donneront les mêmes effets dans cette approximation et seront donc équivalentes.

Un point d'une sphère de centre C sur l'axe d'abscisse x_C et de rayon R , d'abscisse x et de distance r à l'axe vérifie la relation :

$$(x - x_C)^2 + r^2 = R^2$$

Si r est négligeable devant le rayon R (c'est l'une des conditions de GAUSS, anticipée plus haut), on peut alors écrire, selon que l'on est à droite ou à gauche de C :

$$x = x_C \pm \sqrt{R^2 - r^2} = x_C \pm R \sqrt{1 - \left(\frac{r}{R}\right)^2} \approx x_C \pm R \left(1 - \frac{r^2}{2R^2}\right) = x_C \pm \left(R - \frac{r^2}{2R}\right)$$

Donc toute surface d'équation dont le développement limité commencera par $a_0 + a_2 r^2$ aura le même effet qu'une sphère de rayon R tel que $-a_2 = \pm \frac{1}{2R}$ où le signe est choisi en fonction de celui de a_2 pour avoir un résultat positif (plus loin, on définira un rayon algébrique) et de centre C tel que $a_0 = x_C \pm R$ (les deux occurrences de \pm ont la même valeur).

La conclusion est que dans le cadre de l'optique paraxiale, il est inutile d'utiliser de coûteuses surfaces non sphériques alors que des sphères de fabrication aisée (voir le chapitre D-V sur les lois de l'optique dans le paragraphe sur le stigmatisme rigoureux) suffisent.

1.g Et l'optique là-dedans ?

On remarquera que l'on a utilisé jusqu'ici que des notions de symétrie et de développement limité ; les propriétés essentielles des systèmes centrés, le stigmatisme approché et l'aplanétisme approché ne sont absolument pas des propriétés optiques ! Il en sera de même pour la plupart des notions de ce chapitre, à de rares exceptions près, dont les deux qui suivent.

1.h Relation de Lagrange-Helmholtz.

Rappel du chapitre D-V sur les lois de l'optique géométrique : si dans la figure 3 p. 11, il y a, pour un système centré, stigmatisme *rigoureux* pour le couple de points M dans un milieu d'indice n et M' dans un milieu d'indice n' et stigmatisme *rigoureux* pour le couple de points P et P' avec \overrightarrow{MP} et $\overrightarrow{M'P'}$ orthogonaux à l'axe et si un rayon issu de M

et faisant l'angle α avec l'axe ressort en passant par M' en faisant l'angle α' avec l'axe, alors la *relation des sinus d'ABBE* est vérifiée, à savoir :

$$n \overline{MP} \sin \alpha = n' \overline{M'P'} \sin \alpha'$$

où les longueurs parallèles à l'axe sont algébriques et comptées positivement dans le sens de la lumière, vers la droite sur la figure, les longueurs orthogonales à l'axe algébriques et comptées positivement vers la haut la figure et les angles algébriques dans le sens trigonométrique (voir le diagramme avec les trois signes plus sur la figure).

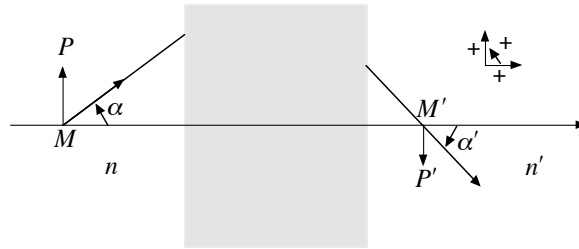


FIGURE 3 – Relation de Lagrange-Helmholtz.

Si l'on remplace le stigmatisme rigoureux par un stigmatisme approché, c'est-à-dire à l'ordre un vis-à-vis, entre autres, des angles, on pourra légitimement remplacer dans la relation d'ABBE les sinus par leur approximation d'ordre un, soit les sinus par les angles. On obtient ainsi la *formule* ou *relation de LAGRANGE-HELMHOLTZ* :

$$n \overline{MP} \alpha = n' \overline{M'P'} \alpha'$$

En soi, cette formule est une chimère monstrueuse car elle fait référence simultanément d'une part à un rayon-objet passant par un point de l'axe et faisant l'angle α avec l'axe et son rayon-image et d'autre part à un point-objet P en dehors de l'axe à la distance \overline{MP} et son point-image. Nous verrons plus loin à quoi elle peut servir.

Autre rappel : pour un système *catadioptrique*, c'est-à-dire qui contient un miroir de sorte que les rayons reviennent dans le milieu dont ils sont issus, il suffit de remplacer dans cette formule et dans ses conséquences n' par $-n$.

Remarque : le rapport de α' à α est le grossissement G (cf paragraphe 1.c p. 6) et celui de $\overline{M'P'}$ à \overline{MP} le grandissement γ (cf fin du paragraphe 1.d commençant p. 6), dépendant tous deux de la position du point M (on y revient sous peu), on peut reformuler les choses par la relation $\frac{n'}{n} G \gamma = 1$

1.i Rappel : Dispersion de la lumière.

Nous avons passé sous silence que les indices de réfraction dépendent de la couleur de la lumière donc de sa longueur d'onde. Tout ce qui précède n'est donc valable qu'à longueur

d'onde donnée. La conséquence en est que pour un point M donné et dans l'approximation paraxiale, la position de son image M' dépend de la couleur ainsi que le grandissement et le grossissement. Ce sera souvent sous-entendu dans la suite de ce chapitre.

2 Propriétés générales des systèmes centrés.

2.a Foyers et plans principaux.

La figure 4 p. 12 représente un système centré par une simple zone grise car nous n'avons pas besoin à ce stade de savoir quelles en sont les surfaces réfractantes et où elles sont situées.

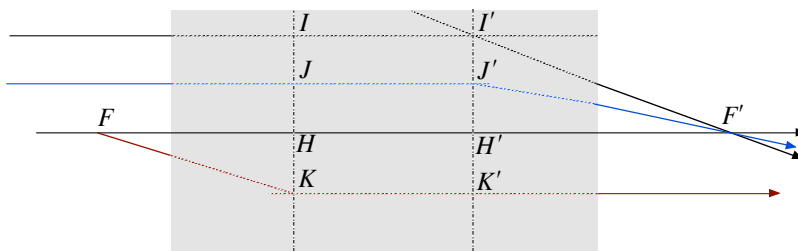


FIGURE 4 – Foyers et plans principaux.

• Présentation des personnages.

A tout point M de l'axe correspond, pour une longueur d'onde donnée, son image M' sur l'axe. Si le point M tend vers l'infini, M' tend vers un point particulier appelé foyer-image, traditionnellement noté F' . De même, si le point M' tend vers l'infini, M tend vers un point particulier appelé foyer-objet, traditionnellement noté F . Attention au piège : le foyer-image n'est donc pas l'image du foyer-objet et réciproquement. On les a placés de façon totalement arbitraire sur la figure.

Remarque : un rayon passant par un point P hors de l'axe qui va vers le point à l'infini de l'axe vers la droite ou vers le point à l'infini de l'axe vers la gauche est la parallèle par P à l'axe. Vis-à-vis de l'optique l'infini à gauche et l'infini à droite sont donc confondus⁵.

Considérons un rayon-objet quelconque, venant du point à l'infini de l'axe, non confondu avec l'axe et donc parallèle à celui-ci ; on l'a dessiné en noir. Par définition du foyer-image F' , le rayon-image correspondant passe par F' et il est dans le plan de figure par symétrie. Ce rayon-objet et le rayon-image correspondant se coupent en un point noté I' sur le figure, le plan passant par I' et perpendiculaire à l'axe coupe celui-ci en un point noté H' ; on a ici tracé de façon arbitraire le rayon-image donc I' et H' . On note H le point de l'axe dont l'image est H' et on l'a lui aussi placé de façon arbitraire.

5. Voir la notion de géométrie projective des mathématiciens.

• **Le boniment** ⁶.

A partir de ce petit nombre de personnages, nous allons nouer une fabuleuse intrigue et en déduire, au fil des prochains paragraphes, toutes les propriétés d'un système centré (sauf une) avec uniquement des considérations de stigmatisme et d'aplanétisme (introduits ci-dessus) et de géométrie simple qui ne requièrent que cette très vieille amie qu'est la formule de THALÈS DE MILLET. Cela va être un moment de pur bonheur et, désormais, si les hasards de la vie vous mettent en présence d'un traité d'optique qui utilise une méthode matricielle ⁷ pour traiter des systèmes centrés, vous risquerez l'œdème de Quincke ou l'urticaire ⁸ géante, voire les deux.

• **Le début de la pièce.**

◦ Revenons au rayon-objet parallèle à l'axe et au rayon-image correspondant qui se coupent en I' . Soit I le point dont I' est l'image ; on peut en dire deux choses :

- il appartient au rayon-objet dont il est question, puisque I' appartient au rayon image dont il est question,
- il appartient au plan perpendiculaire à l'axe en H , c'est la conséquence de l'aplanétisme.

Le point I est donc à l'intersection du rayon-objet avec le plan perpendiculaire à l'axe en H (voir figure 4 p. 12) ; or, par construction, le point I' est donc à l'intersection du rayon-objet avec le plan perpendiculaire à l'axe en H' . Puisque, par construction, le rayon-objet est parallèle à l'axe, il en résulte que $\overline{H'I'} = \overline{HI}$ et que le grandissement, commun à ce couple de plans, l'un objet, l'autre image, est égal à l'unité. Nous appellerons *points principaux*, respectivement objet et image, les points H et H' et *plans principaux*, respectivement objet et image, les plans perpendiculaires à l'axe en ces points principaux. Pour ce couple de plans *conjugués* (l'un est image de l'autre), le grandissement est égal à l'unité.

◦ Prenons maintenant un autre rayon-objet parallèle à l'axe et coupant le plan principal objet au point J (en bleu sur la même figure). Quel est le rayon-image correspondant ? Le rayon-objet passe par le point à l'infini de l'axe, donc le rayon-image par l'image du point à l'infini, c'est à dire le foyer-image F' ; il passe aussi par J du plan principal objet donc le rayon-image passe par J' , image de J dans le plan principal image et tel que $\overline{H'J'} = \overline{HJ}$ puisque le grandissement est égal à l'unité pour les plans principaux. Le rayon-image est donc $J'F'$ et puisque la position de J' entraîne que JJ' est parallèle à l'axe, le rayon-objet passe par J' qui est donc l'intersection d'un rayon-objet parallèle à l'axe et du rayon-image correspondant. Cette remarque est essentielle car elle prouve que la construction du plan principal image et du point principal image ne dépend pas du choix arbitraire du rayon-objet parallèle à l'axe : la définition est donc intrinsèque au système.

6. Annonce orale faite à l'entrée d'un lieu de spectacles (baraque foraine, salle de cinéma muet, etc.), visant par son pittoresque et la façon de celui qui la fait à susciter l'intérêt du public (définition du Trésor de la Langue Française Informatisé).

7. J'ai eu l'occasion d'interroger des élèves ayant subi cette méthode ; une catastrophe !

8. C'est féminin.

◦ Prenons maintenant un rayon-image parallèle à l'axe et coupant le plan principal image au point K' (en rouge sur la même figure). Quel est le rayon-objet correspondant ? Le rayon-image passe par le point à l'infini de l'axe, donc le rayon-objet passe par le foyer-objet F dont l'image est le point à l'infini de l'axe ; il passe aussi par K' du plan principal image donc le rayon-objet passe par K point du plan principal objet dont l'image est K' et tel que $\overline{HK} = \overline{H'K'}$ puisque le grandissement est égal à l'unité pour les plans principaux. Le rayon-objet est donc FK et puisque la position de K entraîne que KK' est parallèle à l'axe, le rayon-image passe par K qui est donc l'intersection d'un rayon-image parallèle à l'axe et du rayon-objet correspondant. Ceci prouve que l'on aurait pu choisir ce couple de rayons pour une construction symétrique des plans et points principaux.

• **Extrait.**

La suite prouvera que la seule donnée des foyers et plans principaux suffit pour construire géométriquement l'image par le système de n'importe quel objet et d'en déduire les relations de *conjugaison* qui lient les positions des plans-objets et plans-images qui se correspondent (aplanétisme) ainsi que les expressions pour un couple plan-objet et plan-image du grandissement et du grossissement angulaire.

2.b Construction géométrique des images.

La figure 5 p. 14 représente un système centré réduit à la donnée de ses foyers objet F et image F' et de ses points principaux objet H et image H' . Ceux-ci sont placés dans un ordre et en des positions purement arbitraires. Soit un point-objet B lui aussi placé de façon totalement arbitraire⁹ mais hors de l'axe. On se propose de trouver l'image B' de B .

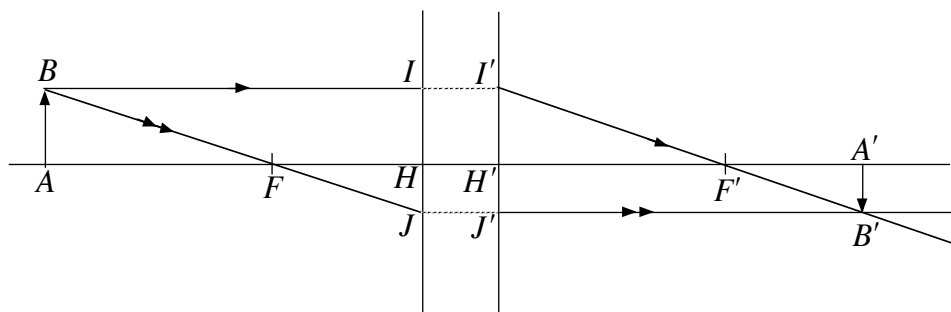


FIGURE 5 – Construction des images.

Tous les rayons-objets issus de B donnent des rayons-images convergeant vers B' ; il suffit d'en choisir deux, astucieusement bien sûr.

⁹ La figure est plus aérée avec F, H, H' et F' dans cet ordre et B à gauche de F , mais tout ce que l'on peut en déduire reste valable dans les autres situations.

Le premier est le rayon issu de B et parallèle à l'axe (en noir avec une flèche simple) qui coupe le plan principal objet en I et le plan principal image en I' , image de I (grandissement unité, voir ci-dessus) ; il donne naissance à un rayon image passant par l'image de I donc I' et celle du point à l'infini de l'axe donc le foyer-image F' , c'est donc le rayon $I'F'$.

Le second est le rayon issu de B et passant par le foyer-objet F (en noir avec une flèche double) qui coupe le plan principal objet en J ; il donne naissance à un rayon image passant par l'image de J donc J' avec JJ' parallèle à l'axe (grandissement unité, voir ci-dessus) et celle de F donc le point à l'infini de l'axe, c'est donc le rayon parallèle à l'axe passant par J' donc aussi J .

Le point B' est l'intersection de ces deux rayons (voir figure).

Remarque : la méthode ne marche pas pour un point de l'axe, car alors les deux rayons utilisés sont confondus. L'astuce consiste à utiliser l'aplanétisme : on choisit un point B dont la projection sur l'axe est A et son image B' se projette en A' , image de A et le tour est joué !

2.c Relations de conjugaison et de grandissement avec origines aux foyers.

Revenons à la figure 5 p. 14. Le grandissement pour le couple de plans conjugués orthogonaux à l'axe en A et A' est, par définition, $\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$; il est indépendant du choix de B ; on peut le calculer de deux façons.

La première passe par la remarque que, par construction, $\overline{A'B'} = \overline{HJ}$ et l'application de la formule de THALÈS aux droites AFH et BFJ coupées par les parallèles AB et HJ , soit :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{HJ}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{FH}}{\overline{FA}}$$

formule qui donne, puisque F et H sont réputés connus, le grandissement en fonction de \overline{FA} , c'est -à-dire de la position du plan-objet, repéré par rapport au foyer-objet.

La seconde passe par la remarque que, par construction, $\overline{AB} = \overline{H'I'}$ et l'application de la formule de THALÈS aux droites $A'F'H'$ et $B'F'I'$ coupées par les parallèles $A'B'$ et $H'I'$, soit :

$$\gamma = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}} = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{H'I'}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'H'}}$$

formule qui donne, puisque F' et H' sont réputés connus, le grandissement en fonction de $\overline{F'A'}$, c'est -à-dire de la position du plan-image, repéré par rapport au foyer-image.

La confrontation des deux expressions de la *formule de grandissement* conduit successivement à :

$$\gamma = \frac{\overline{FH}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'H'}}$$

$$\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = \overline{FH} \cdot \overline{F'H'}$$

formule qui relie la position du plan-objet à celle du plan image, c'est-à-dire la *formule de conjugaison*.

Remarque 1 : cet ensemble de formules s'appellent traditionnellement *formules de NEWTON*.

Remarque 2 : il est pratique en optique de repérer les points-objets avec une origine, ici F , plus loin H , et les points-images avec une autre, F' ou H' .

Remarque 3 : les grandeurs $f = \overline{HF}$ et $f' = \overline{H'F'}$ sont appelées respectivement *distance focale objet* et *distance focale image*. Noter qu'on a choisi pour cette définition les origines aux points principaux et non aux foyers.

2.d Grossissement angulaire.

Rappelons la définition : si un rayon-objet passe par le point A de l'axe et fait un angle α avec celui-ci et si le rayon-image correspondant passe par A' , image de A sur l'axe, et fait un angle α' avec celui-ci, on appelle grossissement angulaire pour le couple $A-A'$ le rapport $G = \frac{\alpha'}{\alpha}$; ce rapport ne dépend que du choix de A et pas de α , pour un système centré donné.

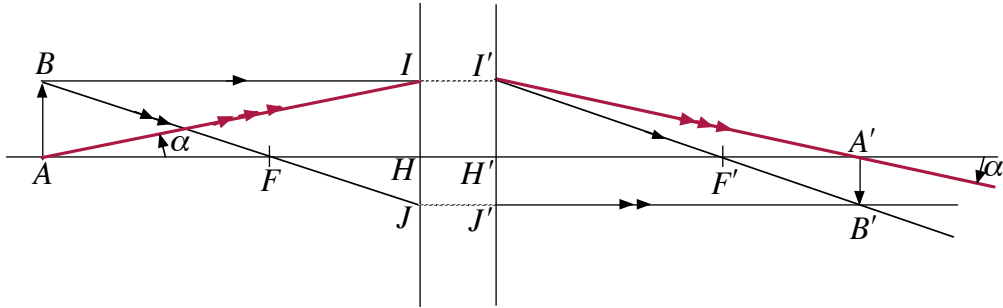


FIGURE 6 – Grossissement angulaire.

Tirons parti de la figure précédente, en choisissant α de sorte que le rayon, qu'on lui ajoute en rouge et avec une triple flèche pour obtenir la figure 6 p. 16, passe par le point I précédemment dessiné, donc le rayon-image correspondant passe par I' , image de I et A' , image de A . Comme les angles, considérablement exagérés sur la figure pour sa lisibilité, sont petits dans l'approximation paraxiale, on peut les confondre avec leur tangente, d'où, en tenant compte que $\overline{HI} = \overline{H'I'}$:

$$G = \frac{\alpha'}{\alpha} = \frac{\tan \alpha'}{\tan \alpha} = \frac{-\frac{\overline{H'I'}}{\overline{H'A'}}}{-\frac{\overline{HI}}{\overline{HA}}} = \frac{\overline{HA}}{\overline{H'A'}}$$

Cette formule s'établit naturellement avec les origines aux points principaux ; on peut la transformer en formule avec origines aux foyers par un changement d'origine et en tenant compte de la relation de conjugaison $\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} = \overline{FH} \cdot \overline{F'H'}$, d'où :

$$\begin{aligned}
 G &= \frac{\overline{HA}}{\overline{H'A'}} = \frac{\overline{FA} - \overline{FH}}{\overline{F'A'} - \overline{F'H'}} = \frac{\overline{FA} \cdot (\overline{FA} - \overline{FH})}{\overline{FA} \cdot (\overline{F'A'} - \overline{F'H'})} = \dots \\
 &\dots = \frac{\overline{FA} \cdot (\overline{FA} - \overline{FH})}{\overline{FA} \cdot \overline{F'A'} - \overline{FA} \cdot \overline{F'H'}} = \frac{\overline{FA} \cdot (\overline{FA} - \overline{FH})}{\overline{FH} \cdot \overline{F'H'} - \overline{FA} \cdot \overline{F'H'}} = \dots \\
 &\dots = \frac{\overline{FA} \cdot (\overline{FA} - \overline{FH})}{(\overline{FH} - \overline{FA}) \cdot \overline{F'H'}} = -\frac{\overline{FA}}{\overline{F'H'}}
 \end{aligned}$$

dont on peut donner deux formes en réutilisant la relation de conjugaison, l'un faisant intervenir la position du point objet A , l'autre celle du point image A' , soit :

$$G = -\frac{\overline{FA}}{\overline{F'H'}} = -\frac{\overline{FH}}{\overline{F'A'}}$$

2.e Et l'optique là-dedans ? (bis)

On remarquera que l'on a utilisé jusqu'ici que des notions de stigmatisme approché et d'aplanétisme approché qui, nous l'avons vu plus haut, sont absolument pas des propriétés optiques et la formule de THALÈS qui n'en est pas une non plus ! Outre la dispersion, seule la formule de LAGRANGE-HELMHOLTZ en est une ; non allons en voir ici la conséquence.

Pour un couple de points conjugués donnés, on a vu à l'instant que le grandissement γ et le grossissement angulaire G sont donnés par :

$$\begin{aligned}
 \gamma &= \frac{\overline{FH}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'H'}} \\
 G &= -\frac{\overline{FA}}{\overline{F'H'}} = -\frac{\overline{FH}}{\overline{F'A'}}
 \end{aligned}$$

d'où en multipliant membre à membre soit les expressions de gauche, soit celles de droite on aboutit au même résultat :

$$\gamma G = -\frac{\overline{FH}}{\overline{F'H'}}$$

Or, pour ce couple de points et avec les notations de la figure 6 p. 16, la formule de LAGRANGE-HELMHOLTZ (cf paragraphe 1.h p. 10) est :

$$n \overline{AB} \sin \alpha = n' \overline{A'B'} \sin \alpha'$$

où n est l'indice du milieu-objet et n' celui du milieu-image. On en déduit avec ce qui précède et en confondant les sinus avec les angles (approximation d'ordre un en vigueur sur tout ce chapitre) :

$$1 = \frac{n' \overline{A'B'}}{n \overline{AB}} \sin \alpha' = \frac{n'}{n} \gamma G = -\frac{n' \overline{FH}}{n \overline{F'H'}} = -\frac{n' \overline{HF}}{n \overline{H'F'}}$$

Qui prouve que les positions des deux foyers et des deux points principaux ne sont pas indépendantes mais liées par la relation :

$$\frac{\overline{H'F'}}{n'} = -\frac{\overline{HF}}{n}$$

qui est donc en pratique la seule propriété optique des systèmes centrés, souvent notée, en introduisant $f' = \overline{H'F'}$ et $f = \overline{HF}$, $\frac{f'}{n'} = -\frac{f}{n}$, utile uniquement si l'on fait l'effort de retenir la définition de f et f' , bien sûr.

Remarque 1 : pour la plupart de système centrés, on a $n' = n$ d'où $\overline{H'F'} = -\overline{HF}$, mais pas tous (comme l'« optique » d'un appareil photographique sous-marin) et pour un système *catadioptrique* (un miroir ou un système qui revient à cela), on a rappelé plus haut que formellement $n' = -n$ d'où $\overline{H'F'} = \overline{HF}$

Remarque 2 : on peut en profiter pour modifier ainsi les expressions du grossissement angulaire :

$$G = \frac{\overline{nFA}}{n' \overline{FH}} = -\frac{\overline{nF'H'}}{n' \overline{F'A'}}$$

mais est-ce bien raisonnable ?

2.f Grandissement axial.

Soit un couple point-objet A et point-image A' sur l'axe et soit un autre couple point-objet B et point-image B' , lui aussi sur l'axe, avec B proche de A , donc B' proche de A' . Par définition, le grandissement axial relatif au couple $A-A'$ est $\gamma_a = \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$ où plus précisément :

$$\gamma_a = \lim_{B \rightarrow A} \frac{\overline{A'B'}}{\overline{AB}}$$

soit encore puisque $\overline{A'B'} = \overline{F'B'} - \overline{F'A'}$ et $\overline{AB} = \overline{FB} - \overline{FA}$:

$$\gamma_a = \frac{d\overline{F'A'}}{d\overline{FA}}$$

La formule de conjugaison de NEWTON indique que $\overline{F'A'} = \frac{\overline{FH} \cdot \overline{F'H'}}{\overline{FA}}$ dont le numérateur est constant, d'où :

$$\gamma_a = -\frac{\overline{FH} \cdot \overline{F'H'}}{\overline{FA}^2}$$

L'important est de constater que le grandissement (sous-entendu transversal) et le grandissement axial ont des expressions différentes donc des valeurs différentes sauf cas particulier ; donc un système centré déforme les volumes.

Remarque : On peut vérifier que $\gamma_a G = \gamma$; donc pour les forts grossissements (comme avec un télé-objectif) les déformations de volumes sont très marquées. Exemple : vous venez de jouer à cinquante contre un sur tocart absolu. L'écran qui vous permet de suivre la course montre les chevaux qui entament le dernier virage ; ils viennent droit vers le téléspectateur ; le grandissement axial est très faible et le peloton apparaît très ramassé, votre cheval semble à une encolure du favori, vous êtes surexcité. Hélas, à la fin du virage, les chevaux courent parallèlement à l'écran et le grandissement transversal, plus élevé, montre que le vôtre est en fait bon dernier, comme prévu ; vous déchirez rageusement votre ticket et vous vous promettez de relire mon cours.

2.g Relations de conjugaison et de grandissement avec origines aux points principaux.

Les formules de NEWTON donnent les formules de conjugaison et de grandissement avec les origines aux foyers, en F pour les objets et en F' pour les images. Il peut être intéressant d'établir et d'utiliser les formules avec origines aux points principaux H et H' (voir plus loin le modèle de la lentille mince où H et H' sont confondus avec le centre optique O de la lentille).

Pour le grossissement angulaire, nous avons directement trouvé la bonne formulation :

$$G = \frac{\overline{HA}}{\overline{H'A'}}$$

Pour la relation de conjugaison, on part de la formule avec origines aux foyers et l'on obtient successivement :

$$\begin{aligned} \overline{FA} \overline{F'A'} &= \overline{FH} \cdot \overline{F'H'} \\ (\overline{HA} - \overline{HF}) \cdot (\overline{H'A'} - \overline{H'F'}) &= \overline{HF} \cdot \overline{H'F'} \\ \overline{HA} \cdot \overline{H'A'} - \overline{HF} \cdot \overline{H'A'} - \overline{HA} \cdot \overline{H'F'} + \overline{HF} \cdot \overline{H'F'} &= \overline{HF} \cdot \overline{H'F'} \\ \overline{HA} \cdot \overline{H'A'} - \overline{HF} \cdot \overline{H'A'} - \overline{HA} \cdot \overline{H'F'} &= 0 \end{aligned}$$

Puis on peut diviser par le produit $\overline{HA} \cdot \overline{H'A'} \cdot \overline{HF}$ et tenir compte de la relation optique $\frac{\overline{H'F'}}{\overline{H'F'}} = -\frac{n'}{n} \frac{\overline{HF}}{\overline{HF}}$; on arrive, après multiplication par n à :

$$-\frac{n}{\overline{HA}} + \frac{n'}{\overline{H'A'}} = -\frac{n}{\overline{HF}} = \frac{n'}{\overline{H'F'}}$$

où l'on peut mettre le second membre sous deux formes équivalentes.

On remarquera que contrairement aux relations de NEWTON, les indices apparaissent, si l'on veut une formulation exploitable et mémorisable.

Pour la relation de grandissement, le plus simple est ici de partir de la relation de LAGANGE-HELMHOLTZ sous la forme $\frac{n'}{n} \gamma G = 1$ et de $G = \frac{\overline{HA}}{\overline{H'A'}}$, pour aboutir à :

$$\gamma = \frac{n}{n'} \frac{\overline{H'A'}}{\overline{HA}}$$

On laisse le soin au lecteur de calculer dans cette optique le grandissement axial si ça l'intéresse.

Remarque 1 : ces formules se simplifient dans les deux cas déjà évoqués : les milieux objet et image ont même indice ($n' = n$) ou le système est catadioptrique ($n' = -n$) .

Remarque 2 : la grandeur $V = -\frac{n}{\overline{HF}} = \frac{n'}{\overline{H'F'}}$ est traditionnellement appelée *vergence* du système et mesuré non en m^{-1} mais en *dioptrie* (abréviation δ) bien que ce soit la même chose.

2.h Points anti-principaux, nodaux et anti-nodaux.

Pour ce qui suit, on rappelle que le grandissement et le grossissement sont donnés par $\gamma = \frac{\overline{FH}}{\overline{FA}} = \frac{\overline{F'A'}}{\overline{F'H'}}$ et $G = -\frac{\overline{FA}}{\overline{F'H'}} = -\frac{\overline{FH}}{\overline{F'A'}}$, que l'on note $f = \overline{HF}$ et $f' = \overline{H'F'}$ et que $\frac{f'}{n'} = -\frac{f}{n}$.

Les points principaux sont les points pour lesquels le grandissement γ est égal à l'unité, la première formule ci-dessus, donne pour le point principal objet $\overline{FA} = \overline{FH} = f$ soit $A = H$ et pour le point image $\overline{F'A'} = \overline{F'H'} = f'$ soit $A' = H'$, ce qui est normal; ceci n'était qu'un galop d'essai pour ce qui suit. Retenons, pour comparaison ultérieure, $\overline{FH} = f$ et $\overline{F'H'} = f'$.

Par définition, les *points nodaux* sont les points notés ici N (objet) et N' (image) pour lesquels le grossissement G est égal à l'unité, la seconde formule ci-dessus, donne

- pour le point nodal objet $\overline{FN} = -\overline{F'H'} = -f' = \frac{n'}{n} f$
- pour le point image $\overline{F'N'} = -\overline{FH} = -f = \frac{n}{n'} f'$.

Par définition, les *points anti-principaux* sont les points notés ici A et A' (pas de notation consensuelle) pour lesquels le grandissement γ est égal à -1, la première formule ci-dessus, donne

- pour le point anti-principal objet $\overline{FA} = -\overline{FH} = -f$
- pour le point image $\overline{F'A'} = -\overline{F'H'} = -f'$.

Ils sont donc symétriques des points principaux par rapport aux foyers.

Par définition, les *points anti-nodaux* sont les points notés ici M et M' (pas de notation consensuelle) pour lesquels le grossissement G est égal -1, la seconde formule ci-dessus, donne

- pour le point nodal objet $\overline{FM} = \overline{F'H'} = f' = -\frac{n'}{n} f$

– pour le point image $\overline{F'M'} = -\overline{FH} = f = -\frac{n}{n'} f'$.

Ils sont donc symétriques des points nodaux par rapport aux foyers.

Dans le cas particulier, déjà évoqué, où le milieu objet et le milieu image ont même indice ($n' = n$) les points nodaux se confondent avec les points principaux et les anti-nodaux avec les anti-principaux.

Dans le cas particulier, déjà évoqué, d'un système catadioptrique (alors, formellement $n' = -n$) les points nodaux se confondent avec les points anti-principaux et les anti-nodaux avec les principaux.

A quoi donc peut servir tout ce bestiaire ? Dans quelques cas particuliers, la position de certains d'entre eux saute aux yeux et simplifie l'étude. Par exemple, dans le cas d'une lentille formée de deux portions de sphères concentriques de centre C et puisque tout droite passant par C rencontre les sphères sous incidence normale, le point C est point nodal objet et image, quels que soient les indices. Un autre exemple : pour un système formé de deux lentilles identiques de même axe, le foyer objet de la première est point anti-nodal objet du système et le foyer image de la seconde point anti-nodal image du système et je suis persuadé que le lecteur saura s'en convaincre rapidement avec un petit schéma de son cru.

La distinction entre nodal et principal doit nous mettre en garde contre un automatisme de pensée qui peut être fatal. Nous verrons plus loin que pour une lentille mince les points principaux sont confondus en un point O appelé traditionnellement centre optique. Si les milieux sont identiques de part et d'autre, alors les points nodaux sont aussi confondus avec le centre optique et un rayon qui passe par O n'est pas dévié, c'est une propriété classique. Mais, il y a alerte rouge si la lentille est baignée d'air d'un côté et d'eau de l'autre (lentille d'appareil photographique sous-marin) car alors un rayon passant par O sera dévié. Méfions-nous des automatismes de pensée¹⁰.

3 Association de deux systèmes.

Un système centré est une succession de systèmes élémentaires, des dioptries ou éventuellement un miroir (ou plus moyennant quelques astuces technologiques, comme un trou dans le premier miroir). Chacun peut être décrit par la seule donnée de ses foyers et de ses points principaux (cf supra). Pour trouver les foyers et plans principaux du système entier, qui suffiront à le caractériser, l'on procède par récurrence en remplaçant deux systèmes par un seul ; c'est la problématique des paragraphes qui suivent.

10. En politique, ça mène droit au sexisme, au racisme puis au populisme et au fascisme.

3.a Recherche des foyers et points principaux.

- Notations.

Soient deux systèmes traversés successivement par la lumière ; le premier est caractérisé par ses foyers objet et image F_1 et F'_1 et ses points principaux objet et image H_1 et H'_1 , son espace-objet a un indice de réfraction noté n et son espace image, qui est l'espace objet du second système, a un indice de réfraction noté N ; le second est caractérisé par ses foyers objet et image F_2 et F'_2 et ses points principaux objet et image H_2 et H'_2 , son espace-objet, qui est l'espace-image du premier système, a l'indice de réfraction N (cf juste avant) et son espace-image a un indice de réfraction noté n' . Ces huit points et trois indices, qui sont les données du problème, sont parfaitement arbitraires pourvu qu'ils vérifient (cf supra) $\frac{H'_1 F'_1}{N} = -\frac{H_1 F_1}{n}$ et $\frac{H'_2 F'_2}{n'} = -\frac{H_2 F_2}{N}$. La position relative des deux systèmes est repérée soit par la donnée de $\Delta = \overline{F'_1 F_2}$ appelée *intervalle optique*, soit par la donnée de $e = \overline{H'_1 H_2}$ appelée *épaisseur optique* (plus rarement *interstice optique*). Tout ceci est résumé par la figure 7 p. 22 où une mini-légende indique les sens positifs sur l'axe transversal et angulaire. Par convention, sur cette figure, on a arrêté, pour chacun des deux systèmes, les rayons-objets au plan principal objet et non au premier dioptre rencontré (et non dessiné) et commencé les rayons-images au plan principal image et non au dernier dioptre rencontré (et non dessiné lui non plus).

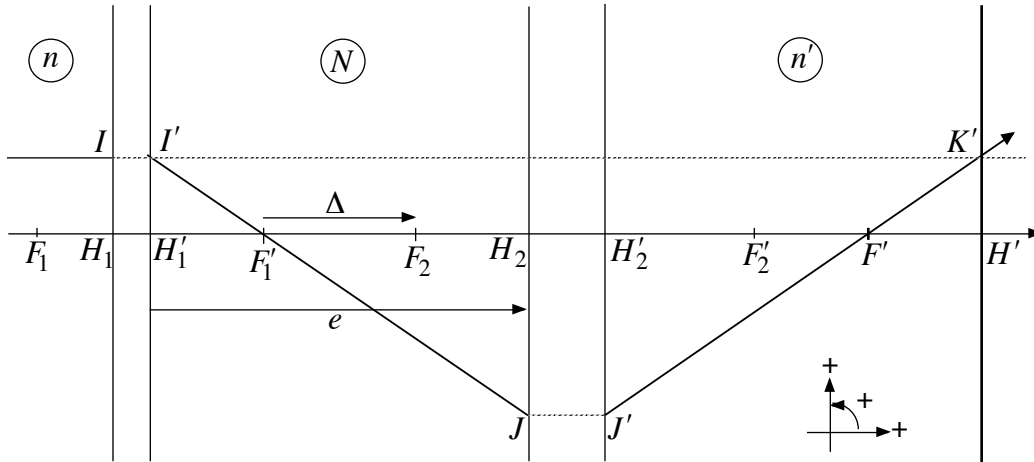


FIGURE 7 – Association de deux systèmes centrés.

- Recherche des foyers.

Le foyer-image F' du système équivalent à l'association des deux systèmes élémentaires est, par définition, l'image du point-objet à l'infini dans la direction de l'axe, dont l'image par le premier système est, par définition, F'_1 ; F' est donc l'image par le second système

de F'_1 . La formule de NEWTON relative à la conjugaison pour le second système donne alors $\overline{F'_2 F'} \cdot \overline{F_2 F'_1} = \overline{F'_2 H'_2} \cdot \overline{F_2 H_2}$. En notant les distances focales objet et image du second système $f_2 = \overline{H_2 F_2}$ et $f'_2 = \overline{H'_2 F'_2}$ et l'intervalle optique $\Delta = \overline{F'_1 F_2}$, on arrive ainsi à :

$$\overline{F'_2 F'} = -\frac{f_2 f'_2}{\Delta}$$

ce qui donne la position du foyer-image du système équivalent.

Par un raisonnement symétrique, le foyer-objet F du système équivalent a pour image par le premier système le foyer-objet du second et la formule de NEWTON aboutit alors à :

$$\overline{F_1 F} = +\frac{f_1 f'_1}{\Delta}$$

• Recherche des plans principaux.

Pour trouver les plans principaux, nous allons nous servir de la propriété qui nous a servi à les introduire : un rayon-objet parallèle à l'axe recoupe le rayon émergent correspondant dans le plan principal image et un rayon-image parallèle à l'axe recoupe le rayon incident correspondant dans le plan principal objet (cf supra).

Sur la figure 7 p. 22, le rayon-objet parallèle à l'axe coupe en I le plan principal objet du premier système qui en donne donc un rayon-image, servant de rayon-objet au second, passant par I' (avec $\overline{H_1 I} = \overline{H'_1 I'}$) et son foyer-objet $F'1$ et coupant en J le plan principal objet du second système qui en donne donc un rayon-image passant par J' (avec $\overline{H_2 J} = \overline{H'_2 J'}$) et F' , image de $F'1$ par le second système (donc le foyer objet du système équivalent, cf supra) et coupant par construction le plan principal image du système équivalent en K' tel que $\overline{H' K'} = \overline{H'_1 I'}$.

Les égalités $\overline{H' K'} = \overline{H'_1 I'}$ et $\overline{H_2 J} = \overline{H'_2 J'}$ entraînent que :

$$\frac{\overline{H' K'}}{\overline{H'_2 J'}} = \frac{\overline{H'_1 I'}}{\overline{H_2 J}}$$

La formule de THALÈS appliqué aux droites $H'_2 F' H'$ et $J' F' K'$ entre les parallèles $H' K'$ et $H'_2 J'$ donne :

$$\frac{\overline{H' K'}}{\overline{H'_2 J'}} = \frac{\overline{F' H'}}{\overline{F' H'_2}}$$

La formule de THALÈS appliqué aux droites $H'_1 F'_1 H_2$ et $I' F'_1 J$ entre les parallèles $H'_1 I'$ et $H_2 J$ donne :

$$\frac{\overline{H'_1 I'}}{\overline{H_2 J}} = \frac{\overline{F'_1 H'_1}}{\overline{F'_1 H_2}}$$

En confrontant les trois résultats précédents, on en déduit que :

$$\frac{\overline{F'H'}}{\overline{F'H'_2}} = \frac{\overline{F'_1H'_1}}{\overline{F'_1H'_2}}$$

qui donne de façon brute la position du point principal image H' du système équivalent car tous les autres points qui y figurent sont des données du problème, hormis F' qui en a été déduit plus haut. C'est d'autant plus agréable que cette position est donnée au travers de la distance focale image du système équivalent, soit $f' = \overline{H'F'}$. Mettons en forme, après inversion de signe générale :

$$\overline{H'F'} = \frac{\overline{H'_1F'_1} \cdot \overline{H'_2F'_1}}{\overline{H_2F'_1}}$$

On note $f'_1 = \overline{H'_1F'_1}$ (cf supra) ; on a $\overline{H_2F'_1} = \overline{H_2F_2} + \overline{F_2F'_1} = f_2 - \Delta$ (avec, cf supra, $\overline{H_2F_2} = f_2$ et $\overline{F'_1F_2} = \Delta$) ; on a enfin, en reportant le résultat concernant la position de F' , $\overline{H'_2F'_1} = \overline{H'_2F'_2} + \overline{F'_2F'_1} = f'_2 - \frac{f_2 f'_2}{\Delta}$. En reportant dans le résultat brut qui précède, on arrive à :

$$f' = \overline{H'F'} = \frac{f'_1 \left(f'_2 - \frac{f_2 f'_2}{\Delta} \right)}{f_2 - \Delta} = \frac{f'_1 (f'_2 \Delta - f_2 f'_2)}{\Delta (f_2 - \Delta)} = \frac{f'_1 f'_2 (\Delta - f_2)}{\Delta (f_2 - \Delta)} = -\frac{f'_1 f'_2}{\Delta}$$

On laisse le soin au lecteur, qui s'engourdit sur sa chaise, de se délasser en montrant symétriquement que :

$$f = \overline{HF} = \frac{f_1 f_2}{\Delta}$$

qui donne, pour le système équivalent dont on a déjà placé le foyer-objet F , la distance focale-objet et la position du point principal objet.

Nous avons à ce stade trouvé les positions des deux foyers et des deux points principaux du système centré étudié ; nous savons que cela suffit à le déterminer entièrement. Notre travail est terminé.

3.b Formule de Gullstrand.

On trouve souvent dans la littérature la *formule de GULLSTRAND* qui donne la vergence du système équivalent en fonction de deux vergences des deux systèmes et de leur *épaisseur* $e = \overline{H'_1H_2}$. Cette seule formule ne donne accès qu'aux distances focales $f' = \overline{H'F'}$ et $f = \overline{HF}$; c'est bien moins complet que les résultats qui précèdent et qui donnent la position des quatre points F , F' , H et H' . Cette formule est certes un point de vue intéressant, mais il faut bien se garder du mythe de la formule unique dont la mémorisation seule suffit. Du reste, je suis intimement persuadé qu'il ne faut RIEN mémoriser en optique géométrique

car on peut tout retrouver rapidement à partir de la construction géométrique des images avec un peu de géométrie¹¹.

Je vous la démontre ici, du bout des lèvres. Par définition et puisque les milieux extrêmes ont pour indice n et n' , la vergence du système équivalent est la valeur commune V de $\frac{n'}{f'} = \frac{n}{f}$; les vergences des deux systèmes élémentaires, avec un indice *intermédiaire* N sont $V_1 = \frac{N}{f_1} = \frac{n}{f_1}$ et $V_2 = \frac{n'}{f_2} = \frac{N}{f_2}$. Partons, par exemple, de $f' = -\frac{f_1 f_2'}{\Delta}$, nous avons tout d'abord :

$$V = \frac{n'}{f'} = -\frac{n' \Delta}{f_1 f_2'}$$

Introduisons l'épaisseur e par :

$$\Delta = \overline{F_1'F_2} = \overline{F_1'H_1'} + \overline{H_2'H_2} + \overline{H_2'F_2} = -f_1' + e + f_2 = -f_1' + e - \frac{N f_2'}{n'}$$

où le détail des calculs rappelle les notations et où l'on utilise pour le second système le lien entre distances focales. Poursuivons :

$$\begin{aligned} V = \frac{n'}{f'} &= -\frac{n' \Delta}{f_1' f_2'} = \frac{n'}{f_1' f_2'} \left(f_1' + \frac{N f_2'}{n'} - e \right) = \frac{n'}{f_2'} + \frac{N}{f_1'} - \frac{n' e}{f_1' f_2'} = \dots \\ &\dots = \frac{n'}{f_2'} + \frac{N}{f_1'} - \frac{n' N}{f_2' f_1'} \frac{e}{N} = V_1 + V_2 - \frac{e}{N} V_1 V_2 \end{aligned}$$

d'où la formule de GULLSTRAND

$$V = V_1 + V_2 - \frac{e}{N} V_1 V_2$$

3.c Systèmes achromatiques.

En anticipant sur les simplifications apportées par le modèle des lentilles minces accolées utilisées dans l'air, on y montrera que $V \approx V_1 + V_2$ et que V_1 et V_2 sont des fonctions affines des indices n_1 et n_2 des verres, supposés ici de compositions chimiques différentes, notées $V_1 = a_1 + b_1 n_1$ et $V_2 = a_2 + b_2 n_2$ et dont les coefficients dépendent de la géométrie des lentilles et qu'en bonne approximation, tout au moins dans le spectre visible, les indices de réfraction sont des fonctions affines du nombre d'onde σ (inverse de la longueur d'onde), notées $n_1 \approx \alpha_1 + \beta_1 \sigma$ et $n_2 \approx \alpha_2 + \beta_2 \sigma$, d'où :

$$V \approx (a_1 + a_2 + b_1 \alpha_1 + b_2 \alpha_2) + (b_1 \beta_1 + b_2 \beta_2) \sigma$$

Avec un peu d'expérience, il est aisé de choisir la géométrie et la nature des verres de sorte que $b_1 \beta_1 + b_2 \beta_2$ soit nul et $a_1 + a_2 + b_1 \alpha_1 + b_2 \alpha_2$ égal à une vergence imposée. On

11. « Que nul n'entre ici s'il n'est géomètre » était la formule gravée, selon la tradition, à l'entrée de l'Académie de Platon.

réalise alors un dispositif achromatique qui s'affranchit de la dispersion. La réalité est moins simple car on vient d'insister sur le fait que la donnée de la seule vergence est réductrice ; on le répète, fabriquer un système optique de grande qualité, vis-à-vis du stigmatisme et de l'aplanétisme au-delà des limites des conditions de GAUSS et vis-à-vis de la dispersion relève non seulement de la physique mais aussi de l'art ¹².

4 Dioptries. Miroirs. Lentilles minces.

Reste, maintenant que nous avons les outils, à assembler les systèmes élémentaires, dioptries et miroirs.

4.a Le dioptre sphérique.

Un dioptre sphérique est une portion de sphère, de centre C sur l'axe du système centré dont la partie utile coupe l'axe en un point S appelé sommet, de rayon algébrique $R = \overline{SC}$.

On rappelle (voir chapitre sur les lois de l'optique) que tous les points de dioptre sont leur propre image dans le cadre du stigmatisme rigoureux et qu'il est donc la surface non plane des points de grandissement unité. Dans les conditions de GAUSS, l'on peut confondre la petite partie de sphère proche de l'axe avec son plan tangent car c'est une approximation d'ordre un, celle du stigmatisme approché ; ce plan est donc, dans cette approximation, celle de tout ce chapitre, à la fois plan principal objet et plan principal image, de même que S (souvent appelé *sommet* du dioptre) est donc à la fois point principal objet et point principal image.

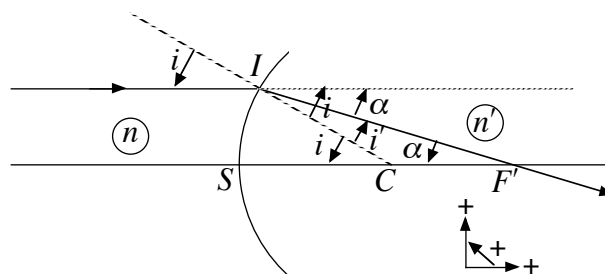


FIGURE 8 – Dioptre sphérique.

Pour trouver le foyer-image, considérons dans le milieu-objet d'indice n , un rayon émergent parallèle à l'axe, coupant le dioptre en un point I , où la normale à la sphère est le rayon CI ; ce rayon se réfracte dans le milieu-image d'indice n' selon les lois de SNELL-DESCARTES et il coupe l'axe au point F' qui est, par définition, le foyer-image.

12. L'art des artisans qui vaut bien celui des artistes.

Tout ceci est résumé par la figure 8 p. 26 où une mini-légende indique les sens positifs sur l'axe transversal et angulaire ; elle ne respecte pas les conditions de GAUSS pour la lisibilité.

On appelle i et i' les angles l'incidence et de réfraction et α l'angle $\widehat{IF'S}$ (voir figure). Un peu de géométrie élémentaire montre que $i = i' + \alpha$. Dans l'approximation paraxiale, on peut confondre les angles et leurs tangentes ou leurs sinus et considérer que SI est un segment orthogonal à l'axe (cf supra : sphère confondue avec son plan tangent), d'où successivement, d'une part :

$$\begin{aligned} n \sin i &= n' \sin i' \\ ni &\approx n' i' \end{aligned}$$

et donc d'autre part :

$$\begin{aligned} i &= i' + \alpha \\ n' i &= n' i' + n' \alpha = ni + n' \alpha \\ (n' - n) \tan i &\approx n' \tan \alpha \\ (n' - n) \frac{SI}{SC} &\approx n' \frac{SI}{SF'} \\ \frac{(n' - n)}{R} &\approx \frac{n'}{f'} \end{aligned}$$

donc dans le cadre de l'approximation paraxiale, la vergence est :

$$V = \frac{n'}{f'} = -\frac{n}{f} = \frac{(n' - n)}{R}$$

Rappel : pour obtenir la vergence d'un miroir sphérique, il suffit, on l'a déjà vu et déjà rappelé, de remplacer formellement n' par $-n$

4.b Lentilles et lentilles minces.

• Lentilles.

Une lentille est une masse de verre d'indice N limitée par deux portions de sphères¹³ de rayons algébriques R_1 et R_2 dans l'ordre où la lumière les rencontre. Nous nous placerons ici uniquement dans le cas de loin le plus fréquent dans l'usage qu'on en fait, à savoir qu'elle est placée dans l'air d'indice quasiment confondu avec l'unité et qui la baigne sur ses deux faces.

Pour son étude, il suffit d'utiliser ce que nous venons de voir pour l'association de deux systèmes centrés et il n'est pas utile que je l'explique.

13. Un manuel scolaire à l'usage des classes préparatoires et du premier cycle universitaire, très utilisé autour de 1980, obnubilé par la nécessité qu'un système centré doive avoir un axe de symétrie, insistait sur le fait que **les centres des deux sphères doivent être alignés** ! Pire encore, c'est l'auteur et non moi qui mettait le passage en gras ; ma seule perfidie a été de remplacer « sont » par « doivent être ».

Pour éclairer la suite, j'utilise la formule du GULLSTRAND qui donnera pour vergence de la lentille, en faisant attention à l'ordre de indices et en identifiant e à S_1S_2 , distance entre les sommets des deux faces de la lentille (ce qui justifie le terme d'épaisseur) :

$$V = V_1 + V_2 - \frac{e}{N} V_1 V_2 = \dots$$

$$\dots = \frac{(N-1)}{R_1} + \frac{(1-N)}{R_2} - \frac{e}{N} \frac{(N-1)}{R_1} \frac{(1-N)}{R_2} = (N-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + \frac{N-1}{N} \frac{e}{R_1 R_2} \right)$$

• **Lentilles minces.**

Une lentille mince est une lentille dont l'épaisseur e est négligeable devant ses deux rayons de courbure. Sa vergence est donc $V = (N-1) \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right)$.

Sa définition revient à confondre S_1 et S_2 en un seul point O qui sont les points principaux objet et image des deux dioptrés et dès lors la construction classique montre que c'est aussi le point principal objet et le point principal image de cette lentille. De plus comme les indices extrêmes sont identiques, O est aussi (cf supra) point nodal objet et point nodal image et un rayon qui arrive en O avec un angle α avec l'axe repart en provenance de O avec le même angle, il n'est donc pas dévié; c'est la propriété archi-classique du *centre optique* de la lentille. Cette propriété donne un troisième rayon exploitable dans la construction géométrique des images (cf infra).

Remarque 1 : de la même façon, on montre que deux lentilles minces accolées sont équivalentes à une lentille mince unique dont la vergence est somme des deux vergences.

Remarque 2 : la propriété la plus intéressante d'une lentille mince est la coïncidence (approximative) des points nodaux objet et image. La seule vraie lentille mince est donc une sphère unique dont les deux côtés sont les deux dioptrés; son centre est à l'évidence ce double point nodal. Elle est mince vis-à-vis de la théorie optique, mais elle est matériellement grosse! Toutefois, il vaudra mieux utiliser, plutôt que cette boule de cristal, deux lentilles minces accolées conçues pour former un système achromatique (cf paragraphe 3.c p. 25) ou *achromat*.

Remarque 3 : en étudiant les différents cas par les deux rayons algébriques des sphères (selon leurs signes et s'ils ont le même selon leurs valeurs absolues comparées), on trouve que la lentille est convergente dans les trois cas de gauche de la figure 11 p. 29, issue de Wikimedia, et elle a alors les *bords minces* et divergente dans les trois cas de droite et elle a alors les *bords épais*.

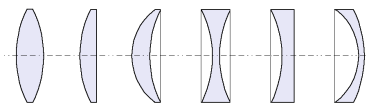


FIGURE 9 – Lentilles convergentes et divergentes.

• **Tracé des images.**

On donne ici, sans explications détaillées¹⁴, les images obtenues avec une lentille convergente, dessinée sur la figure 10 p. 29 sous forme d'un trait avec des flèches vers l'extérieur pour en rappeler les bords minces, dans les trois cas possibles (de gauche à droite : objet réel et image réelle, objet réel et image virtuelle, objet virtuel et image réelle) puis les images obtenues avec une lentille divergente, dessinée sur la figure 11 p. 29 sous forme d'un trait avec des flèches vers l'intérieur pour en rappeler les bords épais, dans les trois cas possibles (de gauche à droite : objet réel et image virtuelle, objet virtuel et image réelle, objet virtuel et image virtuelle).

On y a dessiné les rayons-objets en bleu et les rayons-images en vert, leurs parties réelles en gras et leurs parties virtuelles en mince ; on a systématiquement tracé trois rayons issus du point-objet B :

- celui qui passe par le centre optique O et n'est pas dévié (rappel : on s'est placé dans le cas où la lentille est baignée d'air de chaque côté, ou encore par le même milieu),
- celui parallèle à l'axe et qui ressort en passant par le foyer-image F' ,
- celui qui passe par le foyer-objet F et ressort parallèle à l'axe.

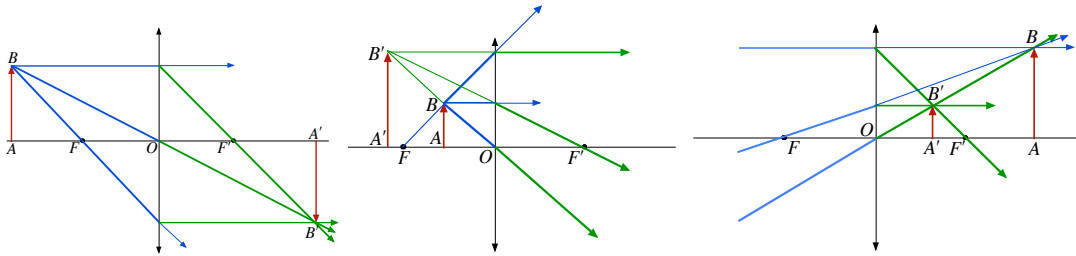


FIGURE 10 – Lentille convergente.

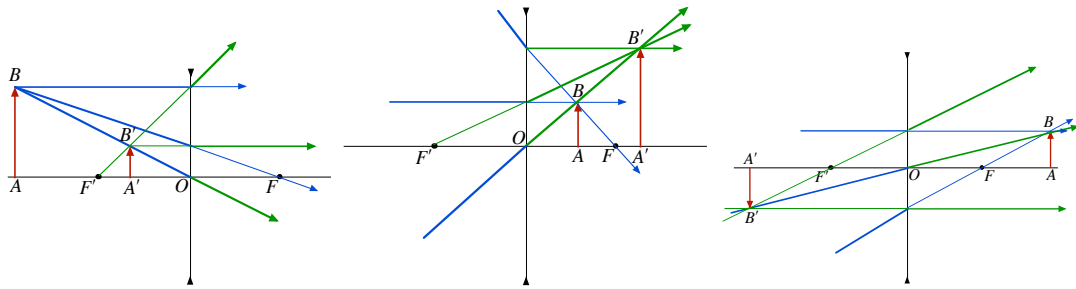


FIGURE 11 – Lentille divergente.

14. Je suppose en effet que mon lecteur ne fait pas de l'optique pour la première fois de sa vie.

5 Instruments optiques.

Il ne s'agit pas ici d'étudier systématiquement les multiples instruments d'optique existants, appareil photographique, projecteur de cinéma, microscope, télescope ou lunette astronomique, loupe, lunette de vue, collimateur, lunette, viseur, oculaire, etc. mais de donner quelques pistes qui permettent une compréhension « universelle ».

Désormais nous n'étudions plus que des systèmes dont les milieux objet et image sont l'air donc pour lesquels $n' = n$ et conséquemment $\overline{H'F'} = -\overline{HF}$; pour simplifier l'étude nous modéliserons tout système par une lentille mince telle que $H' = H$, position commune notée O , centre optique; si ce n'est pas le cas, il suffit d'imprimer la figure, de la découper le long du plan principal objet et du plan principal image (leur traces dans le plan de figure) et de décaler les deux morceaux de façon à superposer ces deux plans, tout cela sans rien changer à la compréhension des phénomènes.

5.a Instruments projecteurs.

Il s'agit de systèmes formant d'un objet réel (diapositive, pellicule de film, document posé sur un rétroprojecteur, surface lumineuse générée par une des multiples technologies d'un vidéo-projecteur) une image réelle sur un écran généralement rétro-diffusant et blanc dans ce cas, plus rarement vu par derrière et translucide, dans ce cas avec un bien meilleur rendement lumineux.

La loi de conjugaison entre l'objet A et l'image A' est avec $H' = H = O$ et $n' = n$:

$$-\frac{1}{\overline{OA}} + \frac{1}{\overline{OA'}} = -\frac{1}{\overline{OF}} = \frac{1}{\overline{OF'}} = V$$

et la relation de grandissement simplifiée avec encore $H' = H = O$ et $n' = n$

$$\gamma = \frac{\overline{OA'}}{\overline{OA}}$$

L'objet est réel donc \overline{OA} est négatif et l'image réelle donc $\overline{OA'}$ est positif; la relation de conjugaison entraîne donc que la vergence est forcément positive, le système est dit *convergent*. La relation de grandissement donne dans ce cas un grandissement négatif qui oblige à placer l'objet à l'envers pour avoir l'image à l'endroit.

Dans la pratique, la distance D entre l'objet et l'image est imposée par la géométrie de la salle et le grandissement, négatif, noté ici $-\gamma$ (avec $\gamma > 0$), est lui aussi imposé par la lisibilité souhaitée de l'image. En notant $\overline{OA} = -x$ (avec $x > 0$) et $\overline{OA'} = x' > 0$, on doit donc résoudre le système

$$\begin{cases} x + x' = D \\ \frac{x'}{x} = \gamma \end{cases}$$

dont on tire aisément $x = \frac{1}{\gamma+1} D$, $x' = \frac{\gamma}{\gamma+1} D$, d'où :

$$V = \frac{1}{f'} = \frac{1}{x} + \frac{1}{x'} = \frac{(\gamma+1)^2}{\gamma D}$$

Remarque 1, classique : on déduit du dernier résultat que $D = \left(\frac{1}{\gamma} + 2 + \gamma\right) f'$ et l'on montre par une étude élémentaire de fonction (de γ) que $D > 4 f'$, ce qu'il faut imprimer en lettres d'or et de feu¹⁵ dans son esprit dès que l'on expérimente. En effet, si l'on veut réaliser une projection sur une paillasse de disons 3 mètres de longueur, on aura, en mètres $D < 3$ ce qui imposera $f' < \frac{D}{A} = 0,75$. Si un élève tente d'obtenir une image avec une lentille de focale égale à un mètre, ce sera en vain et le professeur lui expliquera ce que l'on vient de dire et deviendra un demi-dieu¹⁶ aux yeux de l'élève.

Remarque 2 : les calculs qui précèdent montre que si l'image est au point pour un spectateur, elle l'est pour tous ; le réglage est indépendant de l'observateur, il est dit *objectif*¹⁷

Remarque 3 : de par sa conception, un appareil photographique dont la pellicule argentique ou le capteur CCD est quasiment plan, est un instrument projecteur ; il n'est donc censé ne fournir que l'image du plan objet conjugué de la pellicule ou du capteur, le paragraphe suivant va montrer que la réalité est plus complexe.

5.b Diaphragme et profondeur de champ.

Modélisons un objectif photographique par une lentille convergente de centre optique O , de foyer-image F' et de distance focale image $f' = \overline{OF'}$. Pour une exposition correcte de la pellicule ou du capteur, il faut que l'énergie qui y arrive soit proche d'un optimum que l'on peut régler par deux paramètres ; le premier est le temps de pose τ pendant lequel on laisse entrer la lumière, normalement occultée par un *obturateur* ouvert uniquement pendant le temps τ ; le second l'aire de la surface qui est traversée par la lumière au niveau de la lentille réglable par un *diaphragme*, pratiquement un disque de rayon variable R qui est donc un « concentré de technologie » (la solution la plus courante est le *diaphragme à iris*). A luminosité ambiante donnée, il y a donc un produit $R^2 \tau$ optimum que l'on peut obtenir par une infinité de couples (R, τ) . Dans la pratique, les valeurs de τ sont normalisées à partir de la seconde et en puissances de 2 (et assimilation de 2^{10} à 10^3 , soit 1/2 s, 1/4 s, ..., 1/64 s, 1/125 s, 1/250 s, etc.) et les valeurs de R données en fractions de f' en puissance de $\sqrt{2}$ soit 1, 1.4 (pour $f'/1.4$), 2, 2.8, 4, 5.6, 8, 11, 16, 22, etc. de façon que décaler d'un cran τ dans un sens et R dans l'autre donne la même énergie entrée.

Pour permettre de photographier des objets proches ou lointains, un réglage dit de *mise au point* permet de modifier la distance lentille-pellicule. La figure 12 p. 32 montre la

15. Comme disait mon professeur en classe préparatoire, VDL pour les intimes. Comme vous l'avez compris, je suis intimement persuadé qu'une partie des scientifiques d'une génération a pour mission sacrée de transmettre à la génération suivante l'héritage de la génération précédente (certes augmentée de l'apport de sa propre génération, sinon nous serions encore des Neandertaliens).

16. quoique ça devienne de plus en plus difficile.

17. Même sens qu'en philosophie.

pellicule centrée en un point A' à une distance x' de du centre optique O . Théoriquement, seuls les objets dans le plan passant par A (non représenté sur la figure) dont l'image est A' sont nets et le faisceau issu d'un point B de l'axe dont l'image est B' à une distance X' de du centre optique O et passant par le diaphragme éclaire une zone circulaire de la pellicule et donne une impression de flou.

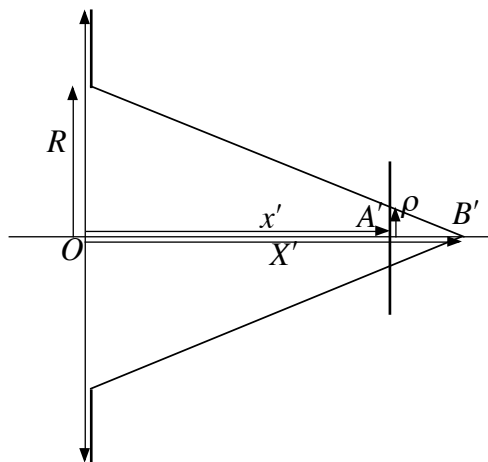


FIGURE 12 – Profondeur de champ.

Néanmoins, si le rayon ρ de ce cercle est inférieur à un maximum ρ_m , l'image est acceptable. La formule de THALÈS dans le cas où $X' > x'$ (comme sur la figure) donne $\frac{\rho}{X'-x'} = \frac{R}{X'}$ et dans le cas où $X' < x'$ (c'est le lecteur qui trace la figure) $\frac{\rho}{x'-X'} = \frac{R}{X'}$ et la condition $\rho < \rho_m$ conduit à :

$$\frac{1}{1 + \frac{\rho_m}{R}} < \frac{X'}{x'} < \frac{1}{1 - \frac{\rho_m}{R}}$$

Pour une mise au point donnée (x donc x' donnés), plus R est petit plus la plage de variation de X' donc celle de X , position du point-objet correspondant, sont grandes. On appelle *profondeur de champ* la plage de distance objet-lentille pour laquelle l'image est acceptable. Pour une luminosité ambiante donnée, si l'on travaille avec un temps de pose τ court, donc un diaphragme grand ouvert, la profondeur de champ sera faible et le sujet se détachera sur un fond flou, ce sera romantique à souhait ; inversement si l'on travaille avec un temps de pose long, ce qui suppose un sujet statique, donc un diaphragme presque fermé, la profondeur de champ sera grande et ce sera parfait pour un paysage. Si vous ne maîtrisez pas ces notions, achetez donc un appareil automatique qui pensera pour vous, mais qui pensera comme l'auront prévu ses concepteurs, à vos risques et périls. Si vous voulez vous reconvertir au journalisme et tirer au jugé, réglez votre appareil en « hyperfocale » : en fonction de la luminosité ambiante et de la mobilité des sujets potentiels (sénateurs ou sportifs) choisissez un couple temps de pose assez long et une ouverture assez petite et réglez la mise au point de sorte que la distance maximale de la zone où les images sont acceptables soit exactement l'infini, tout sera alors net au-delà de la distance minimale.

5.c Instruments oculaires.

• L'œil humain.

Pour ce qui nous intéresse l'œil humain est formé d'une surface sensible, la rétine où se forment les images interprétées par le cerveau, d'une succession de dioptries formant cette image par un système projecteur (cf supra) et d'un diaphragme s'adaptant à la lumière ambiante, l'iris. A géométrie fixe seuls les objets dans le plan dont l'image est la rétine seraient vus nets (à la profondeur de champ près, maximale en plein soleil d'été, minimale dans la quasi-obscurité d'une nuit sans lune); en fait l'œil a une distance focale variable par déformation du cristallin créée par de petits muscles (cette déformation est l'*accommodation*). Lorsque ces muscles sont détendus, les objets vus nets sont très éloignés, il s'agit du *punctum remotum*¹⁸ ou PR, et la vision s'effectue sans fatigue tandis que lorsque ces muscles sont tendus au maximum, les objets vus nets sont très proches, il s'agit du *punctum proximum* ou PP, et la vision est vite fatigante.

Pour un œil normal ou *emmétrope*, le PR est à l'infini et le PP à environ 25 cm; pour un œil *myope* le PR est à distance finie (jusque quelques mètres pour une forte myopie) et le PP peut descendre jusque quelques centimètres¹⁹; quant à l'œil *hypermétrope* son PP peut monter jusqu'au mètre et son PR est virtuel (il doit accommoder donc se fatiguer pour voir les objets lointains, le pauvre). L'âge venant, le cristallin perd de sa souplesse, garde toutefois sa forme détendue (le PR ne varie pas) mais peut moins se déformer (le PP s'éloigne); il s'agit de la *presbytie*²⁰.

• Les instruments oculaires.

Ils forment d'un objet une image virtuelle regardé par l'œil de l'expérimentateur.

La plupart du temps ils sont formés d'un premier sous-instrument projecteur formant une image sur un verre dépoli muni d'un *réticule* (fil très mince et tendu pour régler un alignement) et éventuellement d'une graduation permettant des mesures et d'un second sous-instrument, appelé *oculaire*, qui en forme une image virtuelle observée à l'œil et qui est mobile de façon que cette seconde image soit au *punctum remotum* de l'utilisateur qui pourra ainsi travailler sans fatigue oculaire²¹. Cette adaptabilité rend l'instrument *subjectif*²² car son réglage dépend de l'observateur (gare en travaux pratiques, au binôme myope-hypermétrope!). L'exception la plus courante à cette construction est la paire de lunettes de vue qui ne dispense pas l'œil de l'*accommodation*, système qui, en gros, forme de l'infini une image au PR du sujet.

18. L'optique est née quand la langue scientifique internationale était encore le latin.

19. Mon professeur, le surnommé VDL, myope comme une taupe en déduisait qu'un scientifique se devait d'être myope et que les emmétropes étaient voués aux travaux des champs.

20. du grec *presbutos* qui veut dire vieux mais avec une forte nuance de respect due à l'âge.

21. pourvu qu'il sache régler correctement son oculaire.

22. Même sens qu'en philosophie.

Sont subjectifs la lunette astronomique (avec une lentille comme premier sous-instrument) ou le télescope (avec un miroir comme premier sous-instrument), la loupe, le microscope.

Remarque 1 : la lunette astronomique (ou en télescope) utilisée par un individu emmétrope²³ forme d'une étoile à l'infini une image à l'infini ; c'est donc un système centré dont le foyer image est à l'infini d'où l'infini en est aussi le foyer-objet et dans ce cas, exceptionnellement l'image du foyer-objet est le foyer-image. Un tel système est traditionnellement appelé système *afocal*.

Remarque 2 : ce qu'on cherche à obtenir avec un instrument oculaire utilisé par un individu emmétrope, c'est une image à l'infini qui soit angulairement grande ; le grossissement angulaire est alors plus pertinent que le grandissement ce qui est criant pour un instrument afocal.

5.d Diaphragmes, pupilles et lucarnes.

Abordons maintenant une problématique souvent laissée de côté dans les cours théoriques et cantonnée dans les études à vocation technologiques, à tort car c'est plutôt intéressant.

Un rayon qui pénètre dans un instrument d'optique de qualité traverse plusieurs lentilles et éventuellement un diaphragme à iris (cf supra) ; tout au moins, il est censé les traverser. Mais si, au niveau d'une lentille, le rayon s'est écarté de l'axe de plus que le rayon de celle-ci, il ne la traverse pas et est perdu pour le système ; la problématique de ce paragraphe est d'établir à quelles conditions un rayon traverse effectivement toutes les lentilles et l'éventuel diaphragme.

D'un point de vue pratique, vis-à-vis de ce problème, la lentille, outre son aspect de déviateur de lumière est aussi un diaphragme dont le rayon est rayon de cette lentille. Pour raisonner sans souffrance, il y a une astuce terriblement efficace : on considère que chaque diaphragme (vrai ou lentille) est l'image à travers les lentilles qui le précèdent dans le système d'un diaphragme-objet²⁴ imaginaire, traditionnellement appelé *pupille-objet* de sorte que si un rayon-objet traverse cette pupille-objet, il traverse le vrai diaphragme qui lui correspond. On remplace donc tous les diaphragmes du système par un ensemble de pupilles-objets dans l'espace objet.

De même, le plan-image où se forme l'image dans un système projecteur (ou l'image par le sous-système projecteur d'un système oculaire, cf supra) est associée à un plan-objet dont sont issus les rayons susceptibles de traverser le système. On s'est donc ainsi placé uniquement dans l'espace-objet et la suite du raisonnement sera uniquement géométrique et découplée de l'optique, qui a toutefois été utilisée pour mettre en place le plan-objet et les pupilles-objets.

La figure 13 p. 35 a été tracée dans la version minimale qui permette de comprendre

23. Le terme scientifique est plus valorisant que « normal ».

24. dénomination toute personnelle

l'essence du problème : on y suppose qu'il n'y a que deux pupilles-objets, notés Δ_1 et Δ_2

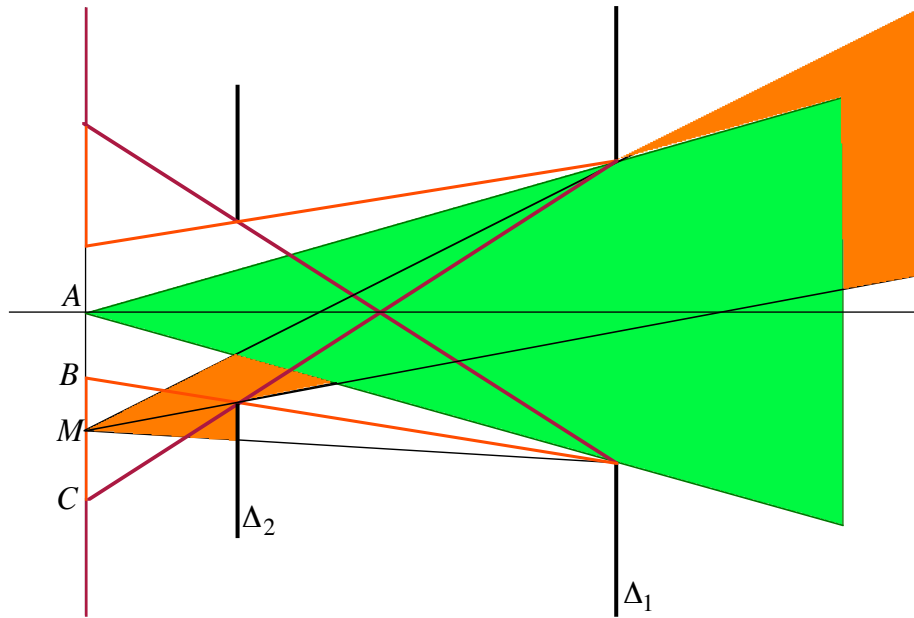


FIGURE 13 – Pupille d'entrée et lucarne.

Commençons par nous intéresser au point sur l'axe du plan-objet, noté A sur la figure ; pour qu'un rayon issu de A traverse toutes les pupilles-objets, il faut et suffit qu'il traverse celle qui est vue de A sous le plus petit angle. Dans le cas particulier de la figure, il s'agit de Δ_1 et l'ensemble des rayons issus de A qui la traversent forment un faisceau, dessiné en vert, qui a pour frontière le cône de révolution de sommet A et s'appuyant sur le bord de Δ_1 . Traditionnellement, cette pupille-objet vue sous le plus petit angle est appelé *pupille d'entrée* du système.

Remarque 1 : dans un système bien conçu, la pupille d'entrée est la première lentille, sinon, c'est que celle-ci a été conçue trop grande donc trop cher.

Remarque 2 : la remarque 1 n'est pas valable si un véritable diaphragme (à iris par exemple) module la quantité de lumière qui traverse le système ; dans ce cas c'est sa pupille-objet qui doit être pupille d'entrée et on le qualifie alors aussi de *diaphragme d'ouverture*.

Considérons maintenant le point B du plan objet, intersection de ce plan et de la droite du plan de figure issue du point inférieur de la pupille d'entrée et passant par le point inférieur de l'autre pupille-objet²⁵.

Pour un point M du plan-objet qui serait compris entre A et B , tous les rayons issus de M et traversant Δ_1 traversent aussi Δ_2 et tout est pour le mieux dans le meilleur des

²⁵. S'il y a plusieurs autres, B est le plus proche de A de tous les points ainsi construits à partir des autres pupilles-objets.

mondes²⁶ (on n'a donc rien tracé sur la figure). Par contre si M est au delà de B , le même faisceau est partiellement occulté par Δ_2 ; il est dessiné en orange sur la figure (une partie est cachée sous le faisceau vert) où il faut surtout remarquer la partie du faisceau interrompue au niveau de Δ_2 . On dit que cette pupille-objet fait office de *lucarne*.

Dans le plan-objet, le disque de centre A et de rayon AB est l'ensemble des points dont l'image a une luminosité correcte; on l'appelle *champ de pleine lumière* ou *champ de pleine ouverture*. Il correspond à une utilisation normale de l'appareil.

Considérons enfin le point C du plan objet, intersection de ce plan et de la droite du plan de figure issue du point inférieur de la pupille d'entrée et passant par le point supérieur de l'autre pupille-objet²⁷.

Pour un point M du plan-objet qui serait au delà de C , aucun rayon issu de ce point ne peut traverser le système; dans le plan-image correspondant, aucune lumière ne parvient en dehors de l'image du disque de centre A et de rayon AC et l'image effective est limitée à ce disque.

Dans le plan-objet, la couronne de centre A et de rayons AB et AC est l'ensemble des points qui ont une l'image mais avec luminosité réduite; on l'appelle *champ de contour* ou *champ d'ouverture réduite*. Il correspond à une utilisation anormale de l'appareil.

L'idéal serait de supprimer le champ de contour ce qui se fait automatiquement²⁸ si la lucarne se trouve dans le plan objet. Si ce n'est pas le cas, il suffit d'ajouter dans le système un diaphragme supplémentaire dont la pupille-objet se confonde avec le disque de centre A et de rayon AB tracé à partir des pupilles existantes.

Remarque 1 : eût-il été raisonnable que je ne vous parlasse pas de tout cela ?

Remarque 2 : comme toutes mes sources, j'ai été malhonnête avec la pédagogie comme alibi : de par la problématique, on s'est intéressés aux rayons qui passent le plus loin possible de l'axe et il est fort probable qu'ils ne respectent plus les conditions de GAUSS; faut-il pour autant jeter le bébé avec l'eau du bain ? Non bien sûr : les concepts restent pertinents mais c'est la localisation des pupilles et des champs de pleine ouverture ou d'ouverture réduite, calculée en dehors du domaine de validité de l'optique paraxiale, qui doit, par contre, être considérée comme indicative.

26. comme disait Pangloss.

27. S'il y a plusieurs autres, C est le plus proche de A de tous les points ainsi construits à partir des autres pupilles-objets.

28. Pour s'en convaincre, il suffit, sur la figure, de faire tendre le plan contenant Δ_2 vers le plan objet et de constater que B et C ont même limite.